

Labor für Technische Physik

Prof. Dr.-Ing. Dieter Kraus, Dipl.-Ing. W.Pieper

Versuch 15b: Abbildungsfehler

1. Versuchsziele

Durch die Verwendung von Linsen entstehen bei den Linsensystemen, wie sie in Kameras, Ferngläsern oder Mikroskopen zu finden sind, Abbildungsfehler (Aberrationen), die in geeigneter Weise korrigiert werden müssen. Eine vollständige Korrektur aller Linsenfehler gleichzeitig ist nicht möglich. Entsprechend der Aufgabe eines optischen Systems wird man daher jeweils einen günstigen Kompromiss anstreben.

In diesem Versuch sollen die fünf Seidelschen Aberrationen und die chromatische Aberration untersucht werden:

Monochromatische Aberrationen

- Sphärische Aberration (Öffnungsfehler)
- Koma
- Astigmatismus
- Bildfeldwölbung
- Verzeichnungen

Chromatische Aberration (Farbfehler)

2. Theoretische Grundlagen

a) Sphärische Aberration

Die sphärische Aberration entsteht durch unterschiedlich stark gebrochene Strahlen, die anschließend auf der optischen Achse eine Linie statt eines perfekten Bildpunktes entstehen lassen. Abb. 1 zeigt anschaulich das Prinzip der sphärischen Aberration. Mit zunehmender Einfallshöhe h der Strahlen wandern die Schnittpunkte mit der optischen Achse zur Linse (Kugelfläche). So werden die Randstrahlen von Sammellinsen stärker abgelenkt als die paraxialen Strahlen.

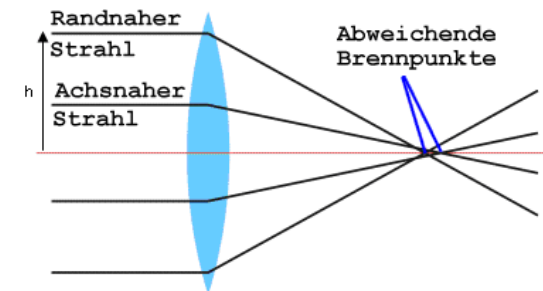


Abb. 1: Prinzip der sphärischen Aberration

Die Berechnung der Schnittpunktweite s' kann mittels der Gleichung 1 vorgenommen werden.

$$s' = r + \frac{h}{n' \cdot \sin \sigma'} \quad (1)$$

mit

$$\sigma' = \arcsin \frac{h}{r} - \arcsin \frac{h}{n' \cdot r} \quad (2)$$

- s' - Schnittpunktweite (strecke linse Scheitel – Brennpunkt)
- h - Höhe des eintreffenden Strahls (Abstand zur Achse)
- r - Radius der Linse (bikonvexe, symmetrische Linse)
- n' - Brechungsindex des Linsenglases
- σ' - Schnittwinkel (Öffnungswinkel zur Achse)

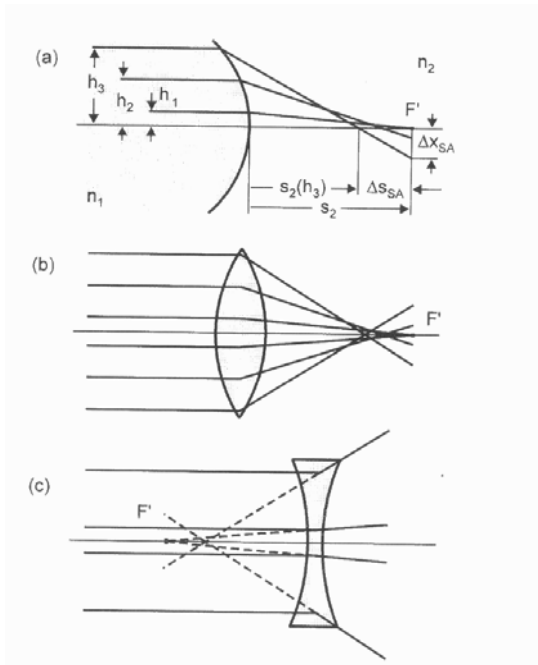


Abb. 2: Öffnungsfehler
(a) einer Sphäre, (b) einer Konvexlinse, (c) einer Konkavlinse

Mit dem Beispiel einer sphärischen Grenzfläche mit dem Radius $r = 100$ mm und $n = 1,5168$ kann mit Gleichung (1) die Größenordnung der Schnittweitenänderung in Tabelle 1 verdeutlicht werden.

Einfallshöhe h_x in mm	Schnittweite $s_2(h_x)$
0,1 (paraxial)	293,515
10	292,859
20	290,927
30	287,654
40	282,952

Tabelle 1: Schnittweitenänderung in Abhängigkeit der Einfallshöhe h

Die in diesem Beispiel auftretende Schnittpunktdifferenz $\Delta s_{SA} = 10,563$ mm wird als Längsabweichung bzw. als longitudinale sphärische Aberration bezeichnet. Die Differenz Δx_{SA} wird als Querabweichung bzw. als transversale sphärische Aberration bezeichnet. Sobald der Schnittpunkt des stärker gebrochenen Strahls $s_2(h_3)$ mit der optischen Achse vor dem des paraxialen Strahls s_2 liegt spricht man von einer positiven sphärischen Aberration bzw. sphärischen Überkorrektur. Dies ist bei Sammellinsen (Abb. 2a) der Fall.

Bei Zerstreuungslinsen (Abb. 2c) liegt der Schnittpunkt mit der optischen Achse des stärker gebrochenen Strahls $s_2(h_3)$ hinter dem des paraxialen Strahls s_2 . Dies wird als negative sphärische Aberration bzw. als sphärische Unterkorrektur bezeichnet.

b) Koma

Das Koma (von lat.: Coma; Haar, Schweif) wird auch Asymmetriefehler genannt und hat ähnliche Ursachen wie der Öffnungsfehler. Bei der sphärischen Aberration haben die parallel zur optischen Achse verlaufenden Einfallsstrahlen das paraxiale Gebiet verlassen.

Wenn nun auch noch der Bildpunkt das paraxiale Gebiet verlässt, treten unmittelbar in der Nähe der optischen Achse asymmetrische, kometenschweifartige Verschmierungen des Bildpunktes auf. Strahlenbündel die schräg zur optischen Achse in ein Objektiv einfallen, werden auch abseits dieser Achse gebündelt (vgl. Abb. 3).

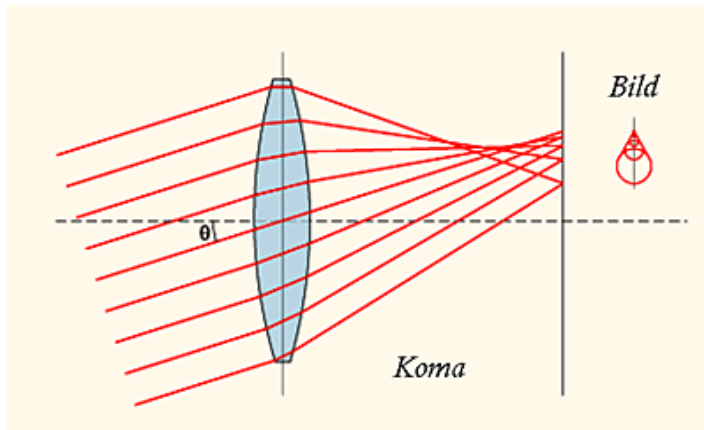


Abb. 3: Prinzip der Koma an einer Sammellinse

Abb. 4 zeigt die Auswirkung der Koma auf die Abb. eines Sterns durch ein Teleskop. Links in dem Bild ist die fehlerfreie Abbildung zu erkennen. Rechts ist eine starke Koma erkennbar mit zum Rand der Optik gerichtetem Schweif.

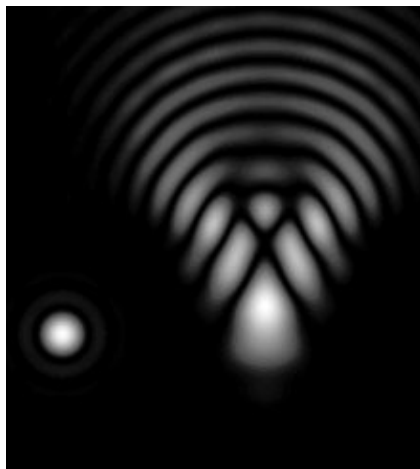


Abb. 4: Auswirkung der Koma auf die Abbildung eines Sterns

c) Astigmatismus und Bildfeldwölbung

Astigmatismus bedeutet "Punktlosigkeit". Die Bezeichnung stammt daher, da bei einem astigmatischen Fehler die Meridional- und Sagittalstrahlen jeweils in einem anderen Brennpunkt gebündelt werden. Die Differenz der beiden Brennpunkte wird als astigmatische Differenz bezeichnet Δs_A .

Meridionalebene oder Tangentialebene werden aus der optischen Achse und dem Hauptstrahl des Strahlenbündels gebildet. Sie enthalten also den Objektpunkt, den Bildpunkt und die Krümmungsmittelpunkte der brechenden Flächen. Die Sagittalebene oder Äquatorialebene steht senkrecht auf der Meridionalebene. Die Abb. 5 veranschaulicht dies.

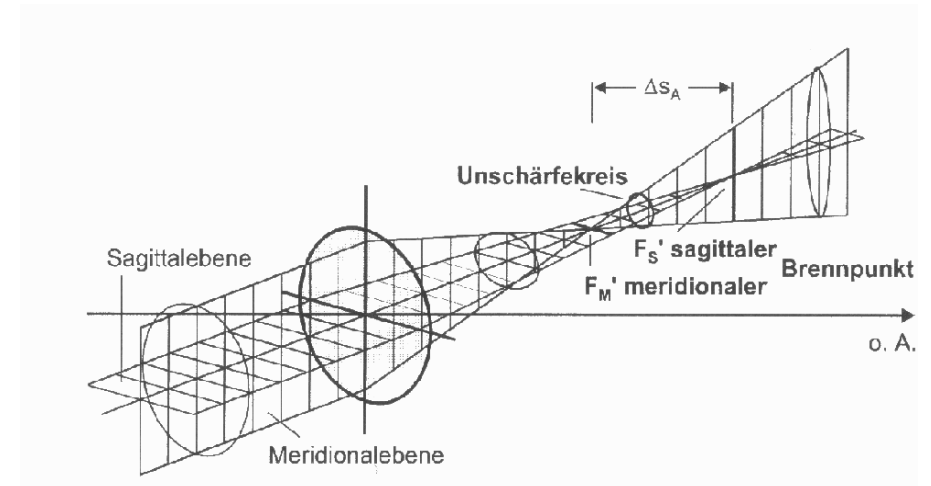


Abb. 5: Astigmatismus und die Lage der Meridional- und Sagittalebene

So würde bei einer Abbildung eines Gitters bei den beiden Brennpunkten abwechselnd die horizontalen oder die vertikalen Linien abgebildet werden, jedoch nie beide optimal zusammen. Die Ursache der astigmatischen Differenz begründet sich darin, dass bei der Ablenkung der Meridionalstrahlen die tatsächliche Krümmung der Linsenfläche wirksam ist. Im Unterschied dazu, wird für die Sagittalstrahlen die Krümmung der Kugelkreise wirksam, die durch den Schnitt der Sagittalebene mit der Linsenfläche entstehen und die folglich einen anderen Krümmungsradius haben. In der Abb. 5 ist erkennbar, dass das objektseitig einfallende Strahlenbündel kreisförmig ist, jedoch bildseitig elliptisch abgebildet wird.

Zwischen dem meridionalen und dem sagittalen Brennpunkt existiert eine Stelle, in der das elliptische Strahlenbündel exakt kreisförmig wird. An dieser Stelle wird der Bildpunkt als ein unscharfer, kreisförmiger Fleck abgebildet. Dieser wird als Unschärfekreis bezeichnet.

Die astigmatische Differenz und der Durchmesser des Unschärfekreises wachsen, wenn die Neigung des Bündels zur optischen Achse zunimmt. Verbindet man alle astigmatischen Brennpunkte für Strahlenbündel unterschiedlicher Neigung, erhält man Kurven, die als astigmatische Bildschalen bezeichnet werden. Aufgrund der Wölbung dieser Schalen werden diese auch als meridionale und sagittale Bildfeldwölbung bezeichnet.

Die Abb. 6 zeigt die Lage der meridionalen und sagittalen Bildpunkte F'_M und F'_S bei unterschiedlichen Neigungen des Hauptstrahls HS zur optischen Achse o.A.

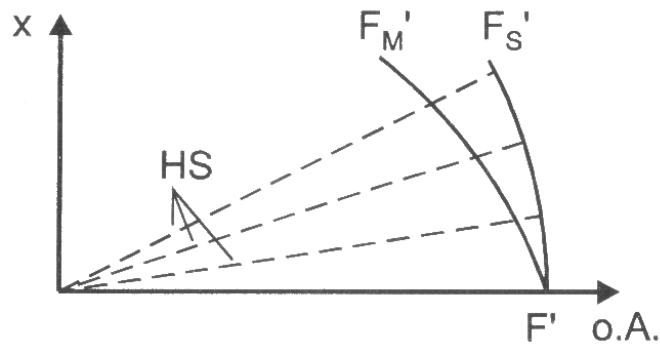


Abb. 6: Astigmatische Bildschalen

Hinweis:

Auch bei parallel zur optischen Achse verlaufende Strahlen tritt Astigmatismus auf, wenn die Linse Krümmungen z.B. vertikal und horizontal unterschiedlich sind

d) Verzeichnungen

Auch wenn es gelingt die zuvor behandelten Aberrationen wirkungsvoll zu minimieren, also jeden Objektpunkt scharf darzustellen, kann trotz dessen eine Verformung des Bildes auftreten. Die Geometrie des Bildes wird verändert, obwohl es sehr scharf dargestellt wird. Die Verzeichnung ist kein Schärfefehler. Die Lage der Bildpunkte ist hierbei seitlich verschoben.

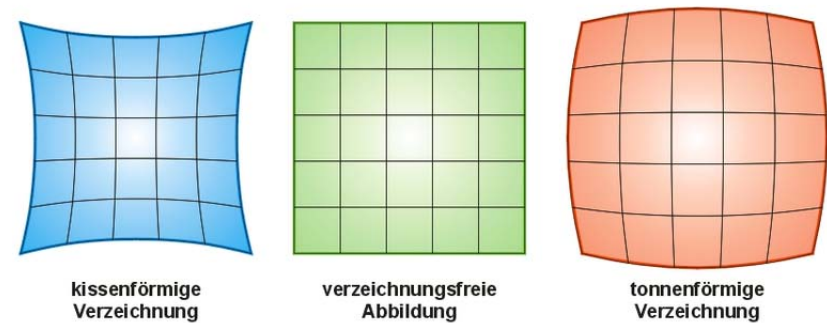


Abb. 7: Kissen- und tonnenartige Verzeichnungen

Im Falle, dass der Abbildungsmaßstab mit wachsendem axialen Abstand der Bildpunkte abnimmt, wird von der tonnenförmigen bzw. negativen Verzeichnung gesprochen (Abb. 7 rechts). Der andere Fall, bei dem der Abbildungsmaßstab mit wachsendem Axialabstand zunimmt, wird kissenförmige bzw. positive Verzeichnung genannt (Abb. 7 links).

Zahlenmäßig wird die Verzeichnung als relative Abweichung zu der realen Lage eines Bildpunktes in der Bildebene von der Lage, die durch den paraxialen Abbildungsmaßstab bestimmt ist beschrieben:

$$V = \frac{\Delta x_2}{x_2} \cdot 100\% \quad (3)$$

Δx_2 ist die Differenz zwischen dem Abstand x_2 entsprechend dem paraxialen Maßstab und der tatsächlichen Lage. Je dünner die Linse ist, desto geringer ist die Verzeichnung, die sie verursacht. Die Verzeichnungen werden stark durch die Öffnung der Aperturblende beeinflusst.

e) Chromatische Aberration

Durch die Verwendung von farbigem Licht entsteht bei der Abbildung durch Linsen ein weiterer Abbildungsfehler. Dieser tritt nicht für monochromatisches Licht auf, weder in der 1. Näherung 1. Ordnung (paraxiale Ebene) noch in der genaueren 3. Ordnung. Farbigen Licht besteht aus elektromagnetischen Wellen mit unterschiedlichen Frequenzen bzw. Vakuumwellenlängen. Da der Brechungsindex wellenlängenabhängig ist, ist auch die Brechkraft von Linsen wellenlängenabhängig. Wenn die Brechzahl n mit zunehmender Wellenlänge abnimmt, wird dies als die "normale Dispersion" bezeichnet. Nimmt jedoch die Brechzahl mit steigender Wellenlänge zu, so liegt eine "anormale Dispersion" vor.

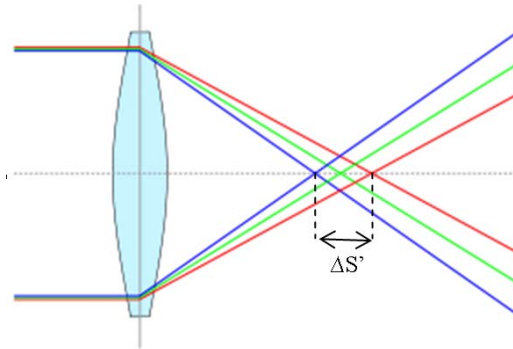


Abb. 8: Prinzip der chromatischen Aberration

Jede Glasart ist durch die Funktion $n(\lambda)$ gekennzeichnet. So ist für Glas die Brechzahl von rotem Licht kleiner als die von kurzwelligem, blauem Licht. Bei der chromatischen Aberration wird unter Farblängsfehlern (longitudinale chromatische Aberration) und Farbvergrößerungsfehlern (transversale chromatische Aberration) unterschieden. Die ersten sind Fehler, die die Lage des Bildes beeinflussen; Die Farbvergrößerungsfehler beeinflussen hingegen die Ausmaße des Bildes. Eine Charakterisierung des Farblängsfehlers erfolgt durch die Differenz der Bildweiten des blauen und roten Lichtes bestimmter Wellenlänge.

Hierbei verwendet man häufig im roten Spektralbereich die Wellenlänge 643,8 nm und für den blauen Bereich die Wellenlänge 480 nm.

Versuchsaufbau**Geräteliste**

1	Transformator 12V	52125
2	Halogenleuchte	45064
1	Optische Bank, 100cm	46032
2	Optikreiter 60/50	460373
2	Optikreiter 60/34	460370
1	Linse 150mm	46008
1	Linse 50mm	46002
1	Irisblende	46026
1	Ringblende	46161
1	Bildschieber	45066
1	Dia "Gitter"	46166
1	Leinwand durchlässig	44153
3	Farbfilter rot, grün, blau	46795

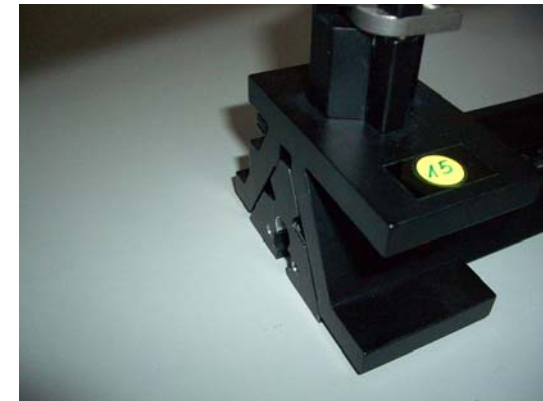


Abb. 9: Stellung des Reiters (60/50) für die Halogenleuchte

a) Sphärische Aberration und Koma

Auf der optischen Bank werden die Komponenten mit Hilfe von vier Reitern angeordnet:

- Der Reiter (60/50) für die Halogenleuchte wird bündig an einem Ende der Bank fixiert (vgl. Abb. 9).
- Der mit dem Gitter-Dia bestückte Bildschieber wird vor die Halogenleuchte montiert.
- Den zweiten Reiter (60/50) bei 76 cm anbringen und die Leinwand darauf befestigen.
- Die beiden übrigen Reiter (60/34) werden mit der Irisblende und der Linse (150mm) bestückt. Die Irisblende komplett öffnen und bei 15 cm fixieren. Die Linse gänzlich an die Irisblende schieben (vgl. Abb. 10).

Hinweis: Die Linsen und die Irisblende müssen die gleiche Montagehöhe wie die Leuchte aufweisen. Ferner müssen die Linsen parallel zueinander ausgerichtet sein. Hierzu z.B. die Linsen zusammenschieben, ausrichten und festschrauben.

b) Koma

Aufbau wie bei 3.a) , außer:

Die Irisblende entfernen, dafür die 150 mm-Linse bei 38,5 cm montieren.



Abb. 10: Positionierung der Irisblende und der Linse



Abb. 11: Drehung der Linse gegenüber der Irisblende

c) Astigmatismus und Bildfeldwölbung

Aufbau wie bei 3.a) , außer:

- Die Irisblende mit der 150 mm-Linse bei 37,5 cm anbringen.
- Zusätzlich die Linse um ca. 40 - 45 Grad gegenüber der Irisblende verdrehen. (vgl. Abb. 11)
- Den Durchmesser die Irisblende auf 8 mm einstellen.

d) Verzeichnungen

Aufbau wie bei 3.a) , außer:

- Die Irisblende wird entfernen, aber den Reiter auf der Bank belassen. Die 150 mm-Linse verbleibt auf der Bank.

e) Chromatische Aberration

Aufbau wie bei 3.a) , außer:

- Die Irisblende bei 15 cm positionieren und die Blende komplett schließen.
- Den Reiter der 150 mm-Linse ganz an die Irisblende heranschieben.

3. Versuchsdurchführung**a) Sphärische Aberration**f1 ermitteln

Ermitteln Sie den Schnittpunkt f_1 der paraxialen Strahlen mit der optischen Achse. Schalten Sie hierzu die Halogenleuchte ein. Auf dem Schirm ist ein unscharfes Abbild des Gitters zu beobachten. Montieren Sie die Lochblende auf der Linse. Bewegen Sie nun vorsichtig den Reiter mit der Linse so, dass sich ein scharfes Abbild einstellt. Protokollieren Sie die Position der der Linse.

f2 ermitteln

Ermitteln Sie den Schnittpunkt f_2 der achsenfernen Strahlen mit der optischen Achse. Montieren Sie die Ringblende auf der Linse. Bewegen Sie nun den Reiter mit der Linse so, dass sich ein möglichst scharfes Abbild einstellt. Protokollieren Sie die Position der der Linse.

b) Koma

Die positionierte Linse wird um ca. 30° gedreht. Zu beobachten ist ein deformiertes Abbild des Gitters. Um die Auswirkung einer Koma besser beobachten zu können, platzieren Sie die Iris wieder in den Halter bei 15 cm

c) Astigmatismus und Bildfeldwölbung.Position für horizontale Linien ermitteln

Nach dem Einschalten der Halogenleuchte erscheint das Abbild des Gitters unscharf. Verschieben Sie den Schirm in Richtung der Halogenleuchte bis die horizontalen Linien scharf erkennbar sind. Notieren Sie die Position des Schirms.

Position für vertikale Linien ermitteln

Bewegen Sie den Schirm weiter in Richtung der Halogenleuchte. Notieren Sie die Position des Schirms, bei der die vertikalen Linien scharf abgebildet werden.

d) VerzeichnungenPosition für positive Verzeichnungen

Positionieren Sie die Linse so, dass die Mitte des abgebildeten Gitters scharf dargestellt wird. Dabei wird die Abbildung kissenförmig verformt. Notieren Sie die Position der Linse.

Position für negative Verzeichnungen

Befestigen sie zusätzlich zu der 150 mm-Linse parallel die 50 mm-Linse. Diese muss bei 15 cm (direkt vor dem Bildschieber) angebracht werden.

Positionieren Sie die 150 mm-Linse wiederum so, dass die Mitte des abgebildeten Gitters möglichst scharf dargestellt wird. In diesem Fall wird die Abbildung tonnenförmig verformt. Notieren Sie die Position der Linse.

e) Chromatische Aberration

Platzieren sie den blauen Farbfilter in den Bildschieber. Positionieren Sie nun die Linse so, dass der abgebildete Punkt am schärfsten erscheint.

Notieren Sie die Position der Linse.

Wiederholen Sie die Messung für den roten und den grünen Farbfilter und notieren Sie jeweils die Position.

4. Auswertung**a) Sphärische Aberration**

- Berechnen Sie die Schnittpunktdifferenz ΔS_{SA} .

b) Koma

- Erklären Sie mit eigenen Worten was Sie beobachten konnten

c) Astigmatismus und Bildfeldwölbung

- Berechnen Sie die Astigmatische Differenz ΔS_a .
- Warum spielt die sphärische Aberration hier eine untergeordnete Rolle? Wodurch wird diese minimiert?

d) Verzeichnungen

- Weshalb können Sie bei diesem Versuch die Verzeichnungen beobachten, obwohl hier keinerlei Blenden verwendet werden?
- Diskutieren Sie die Beobachtung.

e) Chromatische Aberration

- Geben Sie die longitudinale chromatische Aberration an.
- Geben sie die Messwerte wieder und erklären Sie diese mit eigenen Worten. Begründen Sie das Ergebnis.