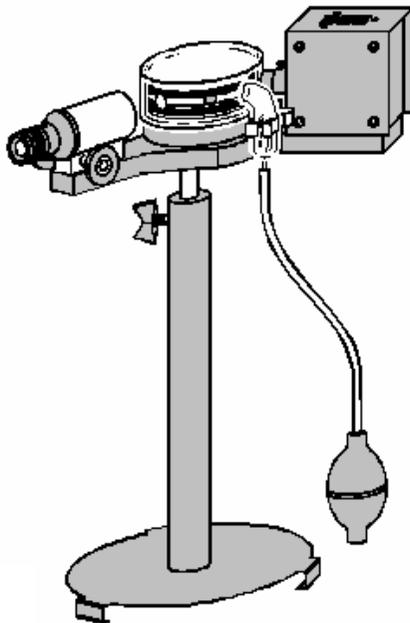


Labor für Technische Physik

Prof. Dr.-Ing. Dieter Kraus, Dipl.-Ing. W.Pieper

Versuch 19: Millikan-Versuch



1. Versuchsziele

Bestimmung der Elementarladung durch Messung der Sink- bzw. Steiggeschwindigkeit von elektrisch geladenen Öltröpfchen im Plattenkondensator.

2. Theoretische Grundlagen

R. A. Millikan gelang 1910 mit seiner berühmten Öltröpfchenmethode der Nachweis des quantenhaften Auftretens kleinster Elektrizitätsmengen. Er beobachtete geladene Öltröpfchen im senkrechten elektrischen Feld eines Plattenkondensators mit Plattenabstand d und bestimmte aus ihrem Radius r und dem elektrischen Feld $E = \frac{U}{d}$ die Ladung q eines schwebenden Töpfchens. Dabei stellte er fest, dass q nur als ganzzahliges Vielfaches n einer Elementarladung e auftritt, also

$$q = n \cdot e \quad (1)$$

In einem Zerstäuber wird Öl in sehr kleine Tröpfchen "zerlegt". Bei diesem Vorgang verteilen sich die positiven und negativen Ladungen oft nicht gleichmäßig auf die Tröpfchen, so dass viele geladene Tröpfchen entstehen. Die Ladung q beträgt dabei stets ein ganzzahliges Vielfaches der Elementarladung e . Man bringt ein Tröpfchen der Masse m in das homogene Feld \vec{E} eines Plattenkondensators und lässt es im Gravitationsfeld der Erde fallen. Die viskose Reibung in der Luft (Viskosität η) erzeugt dabei eine der Geschwindigkeit proportionale bremsende Kraft, so dass sich nach kurzer Zeit eine Gleichgewichtsgeschwindigkeit \vec{v} einstellt.

Auf das Tröpfchen wirken dann die folgenden Kräfte:

- Gravitationskraft

$$\vec{F}_G = m \cdot \vec{g} \quad (2)$$

- Stokessche Reibungskraft

$$\vec{F}_{R,STOKES} = -6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r \cdot \vec{v} \quad (3)$$

- Elektrostatische Kraft

$$\vec{F}_E = q \cdot \vec{E} \quad (4)$$

Wenn ein Öltröpfchen mit Radius r_0 mit der Geschwindigkeit v_1 nach unten sinkt (fällt), dann wirkt auf dieses Öltröpfchen die entgegengesetzte Stokessche Reibungskraft $F_1 = 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r_0 \cdot v_1$ (η = Viskosität von Luft). Wenn das gleiche Öltröpfchen mit der Geschwindigkeit v_2 in einem angelegten elektrischen Feldes E nach oben steigt, dann ist die entgegen gesetzte Stokessche Reibungskraft $F_2 = -6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r_0 \cdot v_2$. Die Differenz dieser beiden Kräfte entspricht genau der Kraft $q_0 \cdot E$ durch das angelegte elektrische Feld E , also

$$q_0 \cdot E = \frac{q_0 \cdot U}{d} = F_1 - F_2 = 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r_0 \cdot (v_1 + v_2) \quad \text{oder}$$

$$q_0 = \frac{6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r_0 \cdot d \cdot (v_1 + v_2)}{U} \quad (5)$$

Die resultierende Gewichtskraft F ergibt sich aus der Schwerkraft des Öltröpfchen $\vec{F}_G = m_{\text{Öl}} \cdot \vec{g} = \sigma_{\text{Öl}} \cdot V \cdot \vec{g}$ und der Auftriebskraft $\vec{F}_A = m_{\text{Luft}} \cdot \vec{g} = \sigma_{\text{Luft}} \cdot V \cdot \vec{g}$ zu

$$F = -V \cdot \Delta\rho \cdot g \quad (6)$$

mit dem Dichteunterschied zwischen Öl und Luft $\Delta\rho = \sigma_{\text{Öl}} - \sigma_{\text{Luft}}$.

Die Bilanz aus Gewichtskraft F und der Stokesschen Reibung F_1 im Sinkfall ergibt

$$0 = F + F_1 = -\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r_0^3 \cdot \Delta\rho \cdot g + 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r_0 \cdot v_1 \quad (7)$$

Der Radius r_0 des betrachteten Öltröpfchens errechnet sich somit zu

$$r_0 = \sqrt{\frac{9 \cdot \eta \cdot v_1}{2 \cdot \Delta\rho \cdot g}} \quad (8)$$

Das Stokessche Reibungsgesetz gilt streng genommen nur im Rahmen der Kontinuumsmechanik und daher nicht für kleine Tröpfchen, deren Abmessungen so gering sind, dass ihre mittlere freie Weglänge in Luft nicht mehr vernachlässigbar ist. Solche Kügelchen können quasi "zwischen den Luftmolekülen hindurch fallen". Dieser Effekt kann mit einem korrigierten Reibungsgesetz nach Cunningham berücksichtigt werden.

Die vom Luftdruck p abhängige korrigierte Formel für die Reibungskraft lautet:

$$F = \frac{6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r \cdot v}{\left(1 + \frac{b}{r \cdot p}\right)} \quad (9)$$

mit der Konstante $b = 80 \mu\text{m} \cdot \text{hPa}$.

Der korrigierte Radius r ergibt sich zu

$$r = \sqrt{r_0^2 + \frac{\left(\frac{b}{p}\right)^2}{4}} - \frac{b}{2p} \quad (10)$$

und die korrigierte Ladung q zu

$$q = \frac{q_0}{\left(1 + \frac{b}{p \cdot r}\right)^{\frac{3}{2}}} \quad (11)$$

Schwebemethode

In dieser Variante des Experiments wird die Spannung U am Plattenkondensator so eingestellt, dass ein ausgesuchtes Öltröpfchen schwebt, also die Steigggeschwindigkeit $v_2 = 0$ ist. Die Sinkgeschwindigkeit v_1 wird nach Abschalten der Kondensatorspannung U gemessen. Wegen $v_2 = 0$ vereinfachen sich die oben angegebenen Formeln etwas. Es lässt sich allerdings prinzipiell $v_2 = 0$ nicht sehr genau einstellen. Damit ergeben sich bei der Schwebemethode größere Messfehler und breitere Streuungen in der Häufigkeitsverteilung, als dies bei der folgenden Sink-/Steigmethode der Fall ist.

Sink-/Steigmethode

In der zweiten Variante werden beide Geschwindigkeiten v_1 und v_2 sowie die Spannung U gemessen. Diese Methode lässt genauere Messwerte als bei der Schwebemethode zu, weil die Geschwindigkeit v_2 wirklich gemessen wird.

Literatur

- [1] Meschede: Gerthsen Physik, Springer
- [2] Weber: Physik Teil 1: Klassische Physik, Teubner
- [3] Harten: Physik - Einführung für Ingenieure und Naturwissenschaftler, Springer

3. Versuchsaufbau

Geräteliste

1	Millikan-Gerät (mit Millikan-Öl)	559411
1	Millikan-Betriebsgerät mit Netzteil	559421
2	Elektronische Stoppuhr mit Netzteil	313033
1	Kamera mit USB-Video-Grabber	
1	Computer mit Windows 7 und Software GrabBee	

Versuchsaufbau

Der Versuch wird gemäß Abbildung 1 verschaltet. Dabei wird die obere Platte mit dem positiven Anschluss, die untere Platte mit dem negativen Anschluss der Gleichspannungsquelle des Millikan-Betriebsgerätes verbunden.

Der Abstand der Kondensatorplatten beträgt $d = 6,0 \text{ mm}$. Der Plattenzwischenraum wird seitlich mit einer Lampe beleuchtet, die von dem rückseitigen 12 V- Anschluss des Betriebsgerätes versorgt wird.

Das Millikan-Betriebsgerät wird über ein externes Stecker-Netzgerät versorgt.

Der Aufbau enthält ein Messmikroskop mit folgenden Betriebsparametern:

- Objektivvergrößerung: 2-fach,
- Okularvergrößerung: 10-fach
- Mikrometerskala: 10 mm, Teilung: 0,1 mm

Stellen sie die beiden Stoppuhren auf, so dass sie leicht zugänglich sind. Die beiden Geräte werden ebenfalls über externe Stecker-Netzgeräte versorgt.

Verbinden sie die Kamera über den USB Video Grabber GrabBeeX+ mit einem USB-Anschluss des Computers. Starten Sie das Programm „GrabBee“. Wenn kein Kamerabild zu sehen ist, zum verwendeten Videoeingang (S-Video oder Composite [BNC-Buchse]) umschalten.

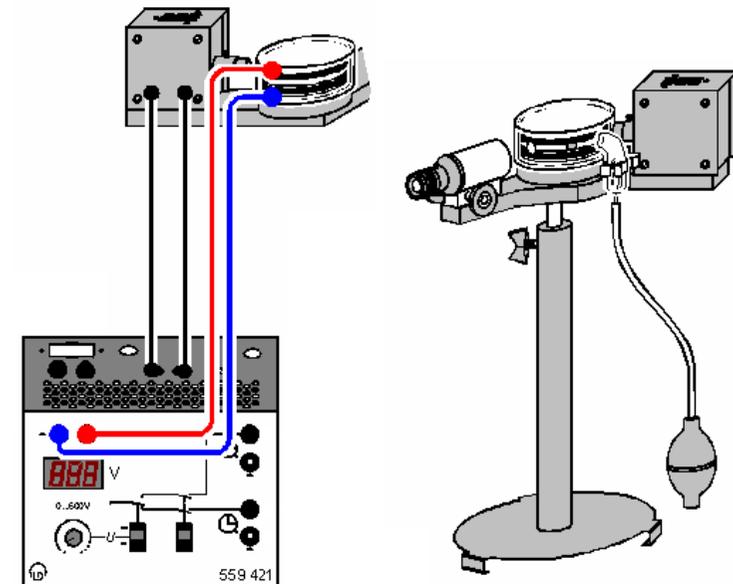


Abbildung 1 : Aufbau Millikan-Versuch

Stellen Sie zunächst die Gleichspannungsversorgung für die Platten aus (Schalterstellung auf ‚off‘). Durch (einmaliges) Drücken auf den Pelleusball wird feinst zerstäubtes Öl in den Kondensatorinnenraum befördert.

Beobachten Sie die Öltröpfchen zunächst durch das Okular. Der Tubus mit der Linse am Beleuchtungsmodul sollte ganz in Richtung der Lichtquelle eingeschoben sein. Das Mikroskop erzeugt ein umgekehrtes Bild. Alle Bewegungsrichtungen erscheinen deshalb umgekehrt.

Positionieren sie nun die CCD-Kamera mit Hilfe eines Stativs so vor das Okular, dass die sichtbare Bewegungsrichtung auf dem Monitor wieder der realen Bewegungsrichtung im Kondensator entspricht. Um die Öltröpfchen besser zu erkennen, können die Lichtverhältnisse angepasst werden: hierzu eventuell den Aufbau abschatten oder den Raum etwas abdunkeln. Richten sie das Okularmikrometer senkrecht aus und stellen es durch Drehen des schwarzen Okularrings scharf.

4 Versuchsdurchführung

- Bestimmen Sie zunächst den aktuellen Luftdruck.
- Pumpen sie jeweils feinst zerstäubtes Öl durch Drücken des Pelleusballes in den Kondensatorinnenraum.

Hinweis: Wenn Öltröpfchen mit geringer Ladung ausgewählt werden, erhält man eine bessere statistische Aussagekraft der Messergebnisse. Öltröpfchen geringer Ladung erkennt man daran, dass sie klein sind und sich im elektrischen Feld relativ langsam bewegen. Zur Messung von negativen Ladungen q muss die Polarität am Plattenkondensator umgedreht werden.

Schwebemethode

- Die Kondensatorspannung einschalten und mit dem Drehpotentiometer so einstellen, dass ein ausgewähltes Öltröpfchen gerade schwebt.
- Die Kondensatorspannung wieder ausschalten und mit einer Stoppuhr die Sinkzeit t_1 des gewählten Öltröpfchens über eine Wegstrecke von 1 mm (entspricht 20 Skalenstrichen) messen.
- Schalten sie die Kondensatorspannung wieder ein und protokollieren sie ihre Messwerte für die Sinkzeit t_1 und die Kondensatorspannung U in tabellarischer Form.
- Wiederholen sie die Messung für $k > 20$ unterschiedliche Öltröpfchen. Um ein aussagefähiges Ergebnis zu bekommen, sollten möglichst viele Öltröpfchen vermessen werden.

Sink-/Steigmethode

- Die Kondensatorspannung einschalten und mit dem Drehpotentiometer so einstellen, dass ein ausgewähltes Öltröpfchen mit etwa 1-2 Skalenteilen/Sekunde steigt.
- Die Kondensatorspannung ausschalten und mit einer Stoppuhr die Sinkzeit t_1 des gewählten Öltröpfchens über eine Wegstrecke von 1 mm messen.

- Die Kondensatorspannung wieder einschalten und mit der anderen Stoppuhr die Steigzeit t_2 des gewählten Öltröpfchens über die gleiche Wegstrecke von 1 mm messen.
- Schalten sie die Kondensatorspannung wieder ein und protokollieren sie ihre Messwerte für die Sinkzeit t_1 , die Steigzeit t_2 und die Kondensatorspannung U in tabellarischer Form.
- Wiederholen sie die Messung für $k > 20$ unterschiedliche Öltröpfchen. Um ein aussagefähiges Ergebnis zu bekommen, müssen möglichst viele Öltröpfchen vermessen werden.

5. Auswertung

1. Bestimmen Sie Radius und Ladung jedes beobachteten Öltröpfchens.
2. Erstellen Sie ein Diagramm mit Koordinatenachsen für die Ladung q (Ordinate) und die dem Radius r des gemessenen Öltröpfchens k (Abszisse) und tragen sie die berechneten Werte ein.
3. Ermitteln sie aus dem Diagramm Häufungsbereiche indem sie die ermittelte Ladung in Klassen mit einer Intervallbreite von $\Delta q = 10^{-20} C$ aufteilen. Erstellen sie daraus Histogramm, das die Häufigkeitsverteilung der Messwerte grafisch darstellt. Hierzu ist die Ladung q auf der Abszisse aufzutragen und auf der Ordinate die Anzahl der Messwerte N , die innerhalb einer Klasse ermittelt wurden.
4. Ermitteln Sie aus den Häufungsbereichen des Histogramms die mittlere Ladung q und bestimmen Sie den Wert der Elementarladung e . Vergleich mit Literaturwert !

Folgende Konstanten können für die Auswertung verwendet werden:

Viskosität der Luft	$\eta = 1,81 \cdot 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$
Dichteunterschied zwischen Öl und Luft	$\Delta \sigma = 874 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
Schwerebeschleunigung	$g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$