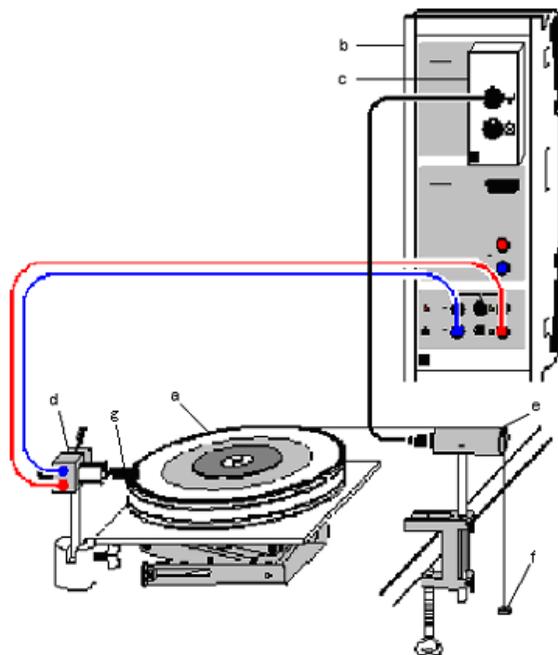


Labor für Technische Physik

Prof. Dr.-Ing. Dieter Kraus, Dipl.-Ing. W.Pieper

Versuch 2a:

Weg-Zeit-Diagramme von Drehbewegungen



- | | |
|-----------------|--------------------------|
| a: Drehsystem | e: Bewegungsaufnehmer |
| b: Sensor-CASSY | f: Massestück |
| c: BMW Box | g: Fahne mit Büroklammer |
| d: Haltemagnet | |

1. Versuchsziele

Ein rotierender Körper mit einem konstantem Trägheitsmoment J wird mit unterschiedlichen Drehmomenten \vec{M} beschleunigt. Alternativ wird auch das beschleunigende Drehmoment \vec{M} konstant gehalten und das Trägheitsmoment J variiert. Die ermittelten Winkelbeschleunigungen α in Abhängigkeit von den beschleunigenden Drehmomenten \vec{M} soll die Newtonsche Bewegungsgleichung $M = J \cdot \alpha$ bestätigen.

2. Theoretische Grundlagen

Drehmoment

Um einen materiellen Punkt oder einen Körper in Rotation um eine vorgegebene Drehachse zu versetzen, muss ein Drehmoment ausgeübt werden. Das Drehmoment hängt von dem Betrag und der Richtung der Kraft \vec{F} und dem Abstand $|\vec{r}|$ des Angriffspunktes der Kraft von der Drehachse ab. Die Richtung des Drehmomentes steht senkrecht auf der von \vec{r} und \vec{F} aufgespannten Ebene. Das Drehmoment \vec{M} ist definiert als Vektorprodukt aus Radiusvektor \vec{r} der äußeren Kraft \vec{F} .

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} \quad (1)$$

Ein Drehmoment hat seinen betragslich größten Wert wenn der Radiusvektor \vec{r} und die Kraft \vec{F} senkrecht aufeinander stehen. Die Einheit des Drehmoments ist Nm. Dies ist formal die gleiche Einheit, die auch Arbeit und Energie haben; im Gegensatz zu diesen skalaren Größen ist das Drehmoment jedoch eine Vektorgröße.

Drehimpuls

Der Drehimpuls oder Drall ist eine physikalische Größe, welche Richtung und Geschwindigkeit einer Drehbewegung um einen Referenzpunkt beschreibt und im alltäglichen Sprachgebrauch mitunter Schwung genannt wird.

Der Drehimpuls ist proportional zur Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega}$ der Drehbewegung. Die Proportionalitätskonstante ist das Massenträgheitsmoment J des materiellen Punktes im Abstand $|\vec{r}|$ von der Drehachse.

$$J = m \cdot r^2 \quad (2)$$

Der Drehimpuls \vec{L} als die Bewegungsgröße der Drehbewegung ergibt sich damit zu

$$\vec{L} = J \cdot \vec{\omega} = (m \cdot r^2) \cdot \vec{\omega} \quad (3)$$

Die zeitliche Änderung des Drehimpulses ist gleich dem Drehmoment der äußeren Kräfte auf den Körper.

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{M} \quad (4)$$

Wirken keine äußeren Momente, dann bleibt der Drehimpuls \vec{L} nach Betrag und Richtung konstant, der Drehimpuls des materiellen Punktes bleibt erhalten. Zentralkräfte, wie beispielsweise die Gravitationskraft, die dem Radiusvektor \vec{r} des materiellen Punktes entgegengesetzt gerichtet sind, üben auf diesen kein Drehmoment aus; der Bahndrehimpuls der Körper ist konstant. Wird das Massenträgheitsmoment durch eine Verkürzung des Abstands der Masse zur Drehachse vermindert, so erhöht sich die Winkelgeschwindigkeit des Körpers.

Auf einer Kreisbahn ist das Massenträgheitsmoment J eines materiellen Punktes konstant. Daraus folgt

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d}{dt}(J \cdot \vec{\omega}) = J \cdot \frac{d\vec{\omega}}{dt} \quad (5)$$

Mit Gleichung (4) und der Winkelbeschleunigung $\vec{\alpha}$ ergibt sich das dynamische Grundgesetz der Rotation:

$$\vec{M} = J \cdot \vec{\alpha} \quad (6)$$

- \vec{M} Drehmoment
- J Massenträgheitsmoment
- $\vec{\alpha}$ Winkelbeschleunigung

Wie bei der Newtonschen Grundgleichung $F = m \cdot a$ gilt:

Die Winkelbeschleunigung $\vec{\alpha}$ der Drehbewegung ist der Ursache, dem äußeren Drehmoment \vec{M} , proportional.

Translation			Rotation		
Größe	Formelzeichen	Einheit	Größe	Formelzeichen	Einheit
Weg	s	m	Winkel	φ	rad
Geschwindigkeit	v	$\frac{m}{s}$	Winkelgeschwindigkeit	ω	$\frac{rad}{s}$
Beschleunigung	a	$\frac{m}{s^2}$	Winkelbeschleunigung	α	$\frac{rad}{s^2}$
Masse	m	kg	Massenträgheitsmoment	J	$kg \cdot m^2$
Kraft	$F = m \cdot a$	$N = kg \frac{m}{s^2}$	Drehmoment	$M = J \cdot \alpha$	$N \cdot m$
Impuls	$p = m \cdot v$	$N \cdot s = kg \frac{m}{s}$	Drehimpuls	$L = J \cdot \omega$	$N \cdot m \cdot s$
kinetische Energie	$E = \frac{m}{2} \cdot v^2$	J	Rotationsenergie	$E = \frac{J}{2} \cdot \omega^2$	J

Tabelle 1: Analogie von Translation und Rotation

Das tatsächlich beschleunigungswirksame Drehmoment M ist gegeben durch das angreifende Moment M_G vermindert um das Reibungsmoment M_R

$$M = M_G - M_R$$

Die Drehscheibe erfährt aufgrund der angehängten Masse m ein Drehmoment

$$M_G \approx m \cdot g \cdot r$$

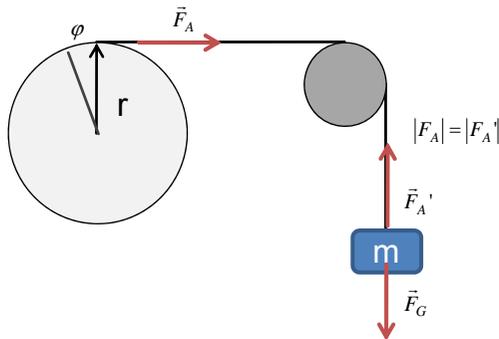


Abb. 1 : Kräfte an der Drehscheibe

Bei konstanter Winkelbeschleunigung α ist zur Zeit t der Winkel $\varphi = \frac{1}{2} \alpha \cdot t^2$ überstrichen worden. Mit $M = M_G - M_R = J \cdot \alpha$ folgt:

$$\varphi = \frac{1}{2} \cdot \frac{M_G - M_R}{J} \cdot t^2 \quad (7)$$

Die Winkelbeschleunigung α errechnet sich dann zu

$$\alpha = \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = \frac{M_G - M_R}{J}$$

$$\alpha = \frac{g \cdot r}{J} m - \frac{M_R}{J} \quad (8)$$

Die Winkelbeschleunigung α als Funktion der Masse m beschreibt eine Gerade. Aus der Steigung der Geraden $\frac{g \cdot r}{J}$ kann das Trägheitsmoment J berechnet werden.

M_R repräsentiert das Drehmoment aufgrund der Reibungskräfte im Drehsystem.

3. Versuchsaufbau

Geräteliste

1	Sensor-CASSY	524 010
1	CASSY Lab	524 200
1	BMW-Box	524 032
1	Drehsystem	347 23
1	Bewegungsaufnehmer	337 63
1	Verbindungskabel, 6-polig	501 16
1	Haltemagnet	336 21
1	Stativstange, 25 cm	300 41
1	Sockel	300 11
1	Tischklemme, einfach	301 07
1	Laborboy II (Laborhebestativ)	300 76
1	Paar Kabel, 100 cm, rot und blau	501 46
1	Büroklammer	
1	Computer mit Cassy-Lab	

Der Versuchsaufbau ist auf der Titelseite dieser Anleitung dargestellt. Das Sensor-CASSY mit aufgesteckter BMW-Box wird über die USB-Schnittstelle mit dem Computer verbunden.

Drehsystem

Das Drehsystem besteht aus einer Grundplatte mit Zentralachse und unterer Drehscheibe, einer oberen Drehscheibe mit Messraster, drei Zusatzscheiben und einer Stufenscheibe.

Die Stufenscheibe mit den Stiften und den Nuten für die Aufnahme des Abrollfadens wird mit den Zusatzscheiben in die dafür vorgesehenen Verankerungen der Drehscheibe gesteckt. Eine Fahne wird an der vorgesehenen Stelle auf der Drehscheibe fixiert.

Haltemagnet

Die Drehscheibe wird mit Hilfe des Haltemagneten und einer auf die Fahne des Drehsystems geklemmten Büroklammer in Startposition gehalten. Die Spannung für den Haltemagneten möglichst klein wählen und je nach angehängter Masse nachstellen (wegen Wärmeentwicklung der Spule im Haltemagneten).

Beschleunigung der Scheiben

Ein Faden mit Schlaufe wird an einem Stift der Stufenscheibe (Radien $r = 5 \text{ cm}$; $2,5 \text{ cm}$; $1,25 \text{ cm}$) eingehakt, mit mehreren Umdrehungen in der Nut aufgewickelt und über die Umlenkrolle des Bewegungsaufnehmers geführt.

Als beschleunigende Kraft dienen kleine Massestücke à 1 g , die an das hängende Ende des Fadens befestigt werden.

Bewegungsaufnehmer

Der Bewegungsaufnehmer wird an die obere Buchse der BMW-Box am Sensor-CASSY angeschlossen. Der Bewegungsaufnehmer registriert den zurückgelegten Weg des über die Umlenkrolle geführten Fadens. Cassy-Lab errechnet daraus bei Wahl der Messgröße Winkel β_{A1} und korrekter Eingabe des Abrollradius den zurückgelegten Abrollwinkel.

Hinweis: Den Bewegungsaufnehmer jeweils in Höhe und Position der Drehscheibe anpassen.

Bedienungshinweise zu CASSY Lab 2:

- Messung starten oder stoppen: Button  oder Taste F9.
- Letzte Messung löschen: Button  oder Taste F4
- Einstellungen aufrufen: Button , rechte Maustaste über Kanal-Button (rechts oben) oder Anzeigeelement, oder über Menü Fenster
- Im Kontextmenü (rechte Maustaste auf Tabelle oder Diagramm) gibt es weitere Einträge z.B. ‚*Letzte Tabellenzeile löschen*‘ oder ‚*Markierung setzen*‘.
- Anpassung durchführen (Fitten): Im Diagramm die rechte Maustaste betätigen, im Kontextmenü ‚Anpassung durchführen‘, die Fitfunktion (z.B. ‚Parabel‘) wählen und den entsprechenden Kurvenbereich markieren. Die Funktion und deren Parameter werden in der Statuszeile angezeigt (Großanzeige über F6).
- Markieren eines Kurvenbereiches: Dazu bewegt man den Mauszeiger bei gedrückter linker Maustaste vom Anfang bis zum Ende des Kurvenbereichs. Alternativ kann auch der Anfangs- und der Endpunkt angeklickt werden. Während der Markierung des Kurvenbereichs erscheint der markierte Bereich in einer anderen Farbe.

Einstellungen in Cassy Lab:

- Versuchsparameterdatei aus dem Verzeichnis „Voreinstellungen für CASSY-Lab“: „V2a - Drehbewegungen - Einstellungen für CASSY-Lab.lab“ laden
- Bei Einstellungen am Eingang A_1 (BMW-Box) den Weg β_{A1} ($\Delta s = \pm 1 \text{ mm}$) wählen; hier
 - den Messbereich (z.B. 12 rad) und den Radius der Abrollscheibe eingeben
 - die Option „Messbedingung“ aktivieren und $\beta_{A1} < 12$ eingeben (β steht für β).
 - den Nullpunkt des Drehwinkels setzen: $\rightarrow 0 \leftarrow$
 - gegebenenfalls Vorzeichen der Winkelmessung invertieren: $s \leftrightarrow -s$
 - eventuell das Intervall (z.B. 500 ms) anpassen - ein längeres Intervall hat weniger Messwerte und weniger Streuungen in $\alpha(t)$ zur Folge

4. Versuchsdurchführung

- Nach Aufbau des Versuchs und Justierung des Bewegungsaufnehmers die Drehscheibe vom Haltemagneten festhalten lassen. Die Spannung für den Haltemagneten evtl. nachjustieren.
- Messung starten, der Haltemagnet gibt die Scheibe frei, Messwerte werden aufgezeichnet
- Wenn der Messbereich von 12 rad überschritten ist, die Messung manuell stoppen und die Drehscheibe anhalten
- Die Drehscheibe zurückdrehen um den Faden wieder aufzuwickeln
- Vor neuer Messung den Nullpunkt des Drehwinkels setzen: $\rightarrow 0 \leftarrow$

Aufgaben

Messen sie die den Abrollwinkel in Abhängigkeit der Zeit unter folgenden Versuchsbedingungen:

für alle Messungen: Messbereich β_{A1} : 12 rad , Zeitintervall: 500 ms

- a) Abrollradius: $r = 2,5 \text{ cm}$, keine Zusatzscheibe
Beschleunigungsmasse: $m = 1 \text{ g}, 2 \text{ g}, 3 \text{ g}, 4 \text{ g}, 5 \text{ g}$ und 6 g
- b) Beschleunigungsmasse: $m = 3 \text{ g}$, keine Zusatzscheibe
Abrollradien: $r = 1,25 \text{ cm}, r = 2,5 \text{ cm}$ und $r = 5 \text{ cm}$ (evtl. auch $r = 10 \text{ cm}$)
- c) Abrollradius: $r = 2,5 \text{ cm}$, Beschleunigungsmasse: $m = 3 \text{ g}$
Zusatzscheiben: $0, 1, 2$ und 3

Messen Sie die Radien der einzelnen Scheiben des Drehsystems und ermitteln Sie ihre Massen mit einer Waage.

5. Auswertung

- a) Stellen Sie den Winkel als Funktion der Zeit mit der Masse m als Parameter in einem Diagramm dar. Bestimmen Sie daraus (durch Fitten mit einer quadratischen Funktion) die Winkelbeschleunigung α in Abhängigkeit der Masse m . Berechnen Sie das angreifende Drehmoment M_G . Notieren Sie die Werte in tabellarischer Form und stellen Sie $\alpha = f(m)$ grafisch dar. Bestimmen Sie das Trägheitsmoment J und das beschleunigungswirksame Drehmoment M sowie das Reibungsmoment M_R .
- b) Stellen Sie den Winkel als Funktion der Zeit mit dem Abrollradius r als Parameter in einem Diagramm dar. Bestimmen Sie daraus die Winkelbeschleunigung α in Abhängigkeit des Abrollradius r . Berechnen Sie das angreifende Drehmoment M_G . Notieren Sie die Werte in tabellarischer Form und stellen Sie $M_G = f(\alpha)$ grafisch dar. Bestimmen Sie das Trägheitsmoment J und das beschleunigungswirksame Drehmoment M sowie das Reibungsmoment M_R .
- c) Stellen Sie den Winkel als Funktion der Zeit mit der Scheibenanzahl als Parameter in einem Diagramm dar. Bestimmen Sie daraus die Winkelbeschleunigung α in Abhängigkeit der Scheibenanzahl (des Trägheitsmoments J) des Drehsystems. Berechnen Sie das angreifende Drehmoment M_G und das Trägheitsmoment J . Notieren Sie die Werte in tabellarischer Form und stellen Sie $J = f(1/\alpha)$ grafisch dar.

Berechnen Sie die Trägheitsmomente der Scheiben des Drehsystems mit Hilfe der Radien und der durch Wiegung ermittelten Massen und vergleichen diese mit den oben ermittelten Werten.

Literatur

- [1] Hering, Martin, Stohrer: Physik für Ingenieure, Springer-Lehrbuch
[2] Kuchling: Taschenbuch der Physik, Fachbuchverlag Leipzig
[3] Eichler, Kronfeld, Sahn: Das Neue Physikalische Grundpraktikum, Springer-Lehrbuch