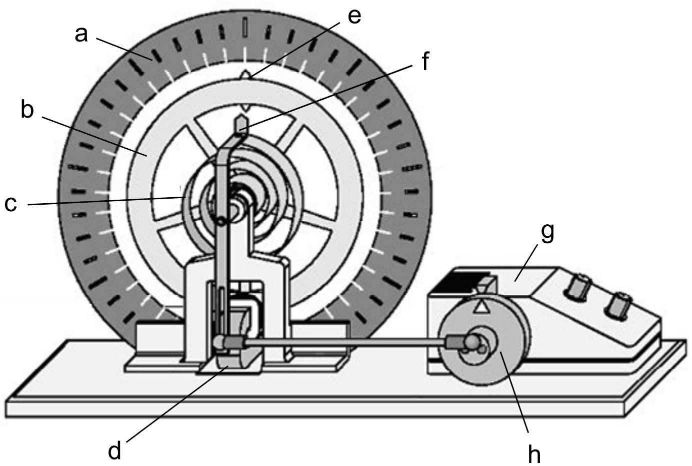
Hochschule Bremen
City University of Applied Sciences
Fakultät Elektrotechnik und Informatik

Labor für Technische Physik

Prof. Dr.-Ing. Dieter Kraus, Dipl.-Ing. W.Pieper

Versuch 5a:

Drehpendel nach Pohl
Freie Drehschwingungen



a: Skalenring(fest)	e: Zeiger
b: Pendelkörper	f: Hebel
c: Spiralfeder	g: Erregermotor
d: Wirbelstrombremse	h: Exzenter

Versuchsziele

In diesem Versuch sollen freie ungedämpfte und gedämpfte harmonische Drehschwingungen untersucht werden. Der Einfluss von unterschiedlichen Anfangsauslenkungen und Dämpfungen auf eine Schwingung sollen experimentell erforscht werden.

1. Theoretische Grundlagen

Das Pohlsche Rad ist um die Achse drehbar und wird durch eine Spiralfeder in der Ruhelage gehalten. Diese ist an einem Ende am Rad befestigt und am anderen Ende an einem Hebel. Wird das Rad aus der Ruhelage ausgelenkt und dann losgelassen, so kehrt es in Form einer Schwingung in die Ruhelage zurück. Das Rad läuft zwischen den Polschuhen eines Elektromagneten, der Wirbelströme im sich bewegenden Rad induziert, die zu einer Abbremsung führen. Die Dämpfung kann über die Stromstärke des Elektromagneten geregelt werden.

Die Differentialgleichung einer freien gedämpften Schwingung lautet

$$\ddot{y} + 2\delta\,\dot{y} + \omega_0^{\,2}\,y = 0 \qquad (1)$$

y:	Auslenkung
$\dot{y}$:	Momentangeschwindigkeit
$\ddot{y}$:	Momentanbeschleunigung
$\delta = D \cdot \omega_0$:	Abklingkoeffizient
D:	Dämpfungsmaß
$\omega_0 = 2\pi f_0$:	Eigenkreisfrequenz der gleichen Schwingung ohne Dämpfung

Bei der Lösung der Differentialgleichung muss zwischen drei Fällen unterschieden werden.

a) Schwingfall ($\omega_0^{\,2} > \delta^2$ bzw. $D < 1$)

Die Lösung lautet

$$y(t) = \hat{y}\,e^{-\delta t} \cdot \cos(\omega_d\,t + \varphi_0) \qquad (2)$$

$y(t)$:	Auslenkung zur Zeit *t*
$\hat{y}$:	Anfangsauslenkung
ω_d:	Kreisfrequenz der gedämpften Schwingung
φ_0:	Nullphasenwinkel

wobei

$$\omega_d = \sqrt{{\omega_0}^2 - \delta^2} = \omega_0 \sqrt{1 - D^2} \qquad (3)$$

Dies bedeutet, dass die Kreisfrequenz des gedämpften Schwingers ω_d kleiner als die Kreisfrequenz des ungedämpften Schwingers ω_0 ist. Entsprechend größer ist die Periodendauer der gedämpften Schwingung T_d im Vergleich zur ungedämpften Schwingung T_0.

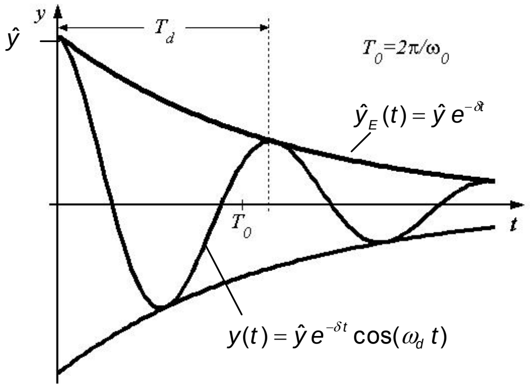


Abb. 1: Gedämpfter Schwingfall

Zudem nimmt die Amplitude entsprechend der Exponentialfunktion $e^{-\delta t}$ ab, die Funktion der Einhüllenden lautet

$$y_E(t) = \hat{y}\, e^{-\delta t}. \qquad (4)$$

Für zwei aufeinander folgende Maxima mit dem zeitlichen Abstand T_d gilt

$$y_{i+1} = y_i \cdot e^{-\delta T_d}. \qquad (5)$$

Umformen liefert

$$e^{\delta T_d} = \frac{y_i}{y_{i+1}} = k. \qquad (6)$$

Das Verhältnis zweier aufeinander folgender Maxima ist konstant. Für das Amplitudenverhältnis zweier Maxima mit einem zeitlichen Abstand von n-Perioden gilt

$$e^{\delta \cdot n \cdot T_d} = \frac{y_i}{y_{i+n}} = k^n. \qquad (7)$$

Aus der Beziehung (6) lässt sich das logarithmische Dekrement

$$\Lambda = \delta\, T_d = \ln\left(\frac{y_i}{y_{i+1}}\right) = \ln k \qquad (8)$$

ermitteln. Umformen von (8) liefert dann schließlich den Abklingkoeffizienten

$$\delta = \frac{\Lambda}{T_d} = \frac{\ln\left(y_i / y_{i+1}\right)}{T_d}. \qquad (9)$$

b) Kriechfall (${\omega_0}^2 < \delta^2$ bzw. $D > 1$)

Bei starker Dämpfung erfolgt keine Schwingung des Drehpendels mehr. Nach einer anfänglichen Auslenkung kriecht es in seine Ruhelage zurück. Die Lösung der Differentialgleichung lautet

$$y(t) = \hat{y}_1\, e^{\left(-\delta + \sqrt{\delta^2 - {\omega_0}^2}\right)t} + \hat{y}_2\, e^{\left(-\delta - \sqrt{\delta^2 - {\omega_0}^2}\right)t} \qquad (10)$$

bzw.

$$y(t) = \hat{y}_1\, e^{\omega_0\left(-D + \sqrt{D^2 - 1}\right)t} + \hat{y}_2\, e^{\omega_0\left(-D - \sqrt{D^2 - 1}\right)t}. \qquad (11)$$

Die Konstanten $\hat{y}_1$ und $\hat{y}_2$ werden durch die Angabe der Anfangsbedingungen, d.h. durch $y(0)$ und $y'(0)$ festgelegt.

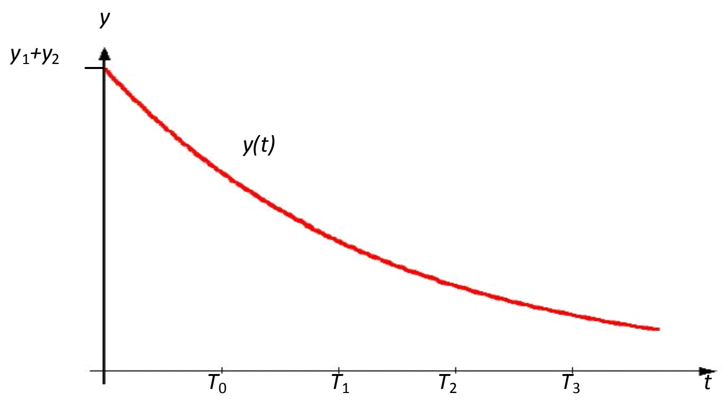


Abb. 2: Kriechfall

c) aperiodischer Grenzfall ($\omega_0^{\ 2} = \delta^2$ bzw. $D = 1$)

Für diesen Grenzfall $\omega_0^{\ 2} = \delta^2$ erhält man den schnellsten Kriechfall. Die Einstellung des aperiodischen Grenzfalls ist wichtig für technische Systeme, die nach einer Auslenkung aus der Ruhelage schnell in diese ohne Schwingung zurückkehren sollen (z.B. Autofederung mit Stoßdämpfern oder elektrische Zeigermessinstrumente).

Die Lösung der Differentialgleichung lautet

$$y(t) = (y_1 + y_2 t) \cdot e^{-\delta t} \qquad (12)$$

bzw.

$$y(t) = (y_1 + y_2 t) \cdot e^{-\omega_0 D t}. \qquad (13)$$

Die Konstanten y_1 und y_2 werden mit Hilfe der Anfangsbedingungen ermittelt.

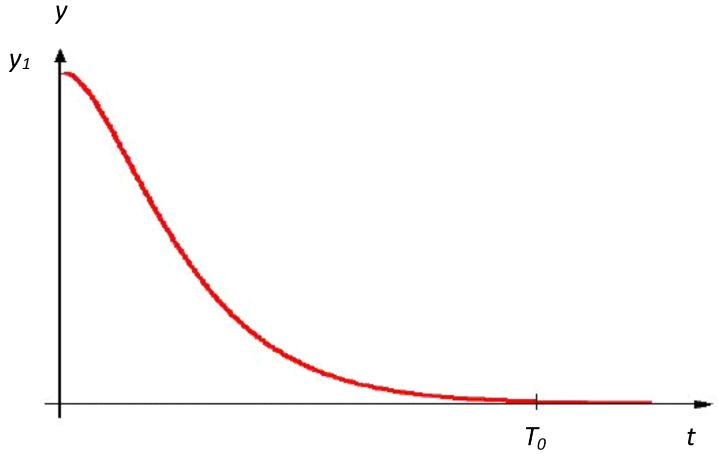


Abb. 3: Aperiodischer Grenzfall

Literatur

[1] Hering, Martin, Stohrer: Physik für Ingenieure, Springer-Lehrbuch

[2] Kuchling: Taschenbuch der Physik, Fachbuchverlag Leipzig

[3] Eichler, Kronfeld, Sahm: Das Neue Physikalische Grundpraktikum, Springer-Lehrbuch

2. Versuchsaufbau

Geräteliste

1	Drehpendel nach Pohl	346 00
1	Tisch-Netzgerät (LD), 16 V, 2 A für den Magneten	521 545
1	Drehbewegungssensor S	524 082
1	Sensor-CASSY	524 010
1	Computer mit CASSY Lab	524 200

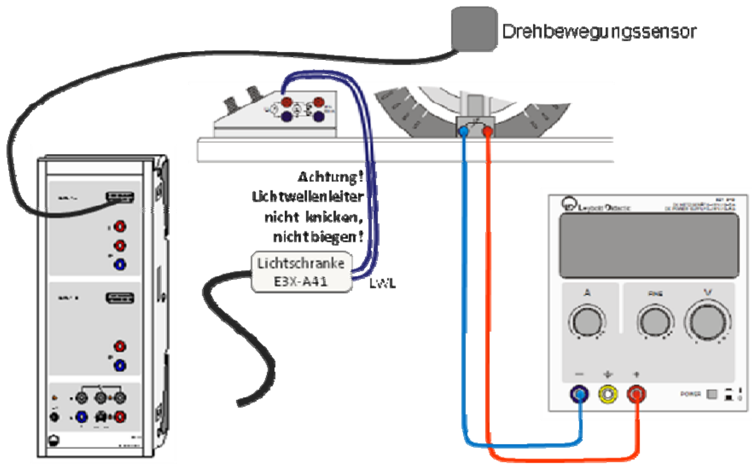


Abb. 4 : Anschluss der Wirbelstrombremse und des Drehbewegungssensors

- Die Schwingungsamplitude wird mit einem an der Pendelachse befestigen Drehbewegungssensor gemessen, der mit Input A des Sensor-CASSY verbunden wird.
- Das Netzgerät an den Elektromagneten für die Wirbelstrombremse anschließen.
- Das Sensor-CASSY über ein USB-Kabel mit einem Computer verbinden und über ein Steckernetzteil mit Spannung versorgen.

Einstellungen in Cassy Lab:

Die Voreinstellungen sind in der Versuchsparameterdatei
„V5a - Drehpendel nach Pohl - Einstellungen für CASSY-Lab.lab“
im Verzeichnis „Voreinstellungen für CASSY-Lab“ gespeichert.

Bei manueller Eingabe folgende Einstellungen vornehmen:

Einstellungen aufrufen: F5 oder Button - Baumstruktur öffnen

- *CASSYs - Sensor-CASSY – Eingang A_1 (Drehbewegungssensor S)*
    - *Messgröße: Winkel α_{A1} (rad)*
    - *Bereich: 2,5*
    - *Nullpunkt: mittig*
- *Messparameter (Menu ‚Fenster‘ - Messparameter anzeigen)*
    - *Aufnahme: automatisch*
    - *Messzeit: 10 s*
    - *Intervall: 5 ms*
- *Rechner - Formel*
    - *Name: Schwingungsamplitude, Symbol: y , Einheit: Skt,*
    - *Von: -20 Skt , bis: 20 Skt , Dezimalen: 2*
    - *Formel &aA1*7,9 eingetragen*
- *Darstellungen – Zeitverlauf – neu*
    - *x-Achse: t, y-Achse: y , Stil: Linien*
    - *x-Achse für alle Kurven dieser Darstellung*

Bedienungshinweise zu CASSY Lab 2:

- Messung starten oder stoppen: Button oder Taste F9.
- Letzte Messung löschen: Button oder Taste F4
- Einstellungen aufrufen: Button , rechte Maustaste über Kanal-Button (rechts oben) oder Anzeigeinstrument, oder über Menü ‚*Fenster*‘
- Im Kontextmenü (rechte Maustaste auf Tabelle oder Diagramm) gibt es weitere Einträge z.B. *Zoomen, Markierung setzen - Differenz messen (ALT D)* oder *Diagramm kopieren*.
- Als Hilfsmittel zur Bestimmung der Periodendauer eignen sich senkrechte Markierungslinien (ALT-S) oder die direkte Differenzmessung (ALT-D).

Versuchsdurchführung

Hinweise:

- Vor der Messung den Nullpunkt des Schwingers definieren: Exzenter von Hand auf Nullstellung drehen, ‚*Fenster – Messparameter anzeigen*‘ oder rechte Maustaste auf Anzeige oder Button von Winkel α_{A1} und den Button $\rightarrow 0 \leftarrow$ drücken.
- Die Spulen des Elektromagneten dürfen dauerhaft nur mit einem Strom von maximal 2 A belastet werden. Höhere Stromstärken nur kurzzeitig einstellen!

Freie ungedämpfte Schwingung

- Die Amplitudenverläufe einer freien ungedämpften Schwingung sind für 4 unterschiedliche Anfangsauslenkungen (zwischen 4 und 16 Skalenteilen) aufzuzeichnen. Hierzu jeweils den Pendelkörper manuell auf die Anfangsposition auslenken und die Messung vor dem Loslassen durch Drücken der Taste F9 starten.
- Ermitteln sie jeweils die Schwingungsdauer T_0, die Eigenfrequenz f_0, die Eigenkreisfrequenz ω_0 und die Amplitude der ersten Periode. Protokollieren sie die Ergebnisse in tabellarischer Form.

Freie gedämpfte Schwingung

- Die Amplitudenverläufe einer freien gedämpften Schwingung sind für 2 unterschiedliche Dämpfungen (Stromstärken der Wirbelstrombremse zwischen 0,5 A und 1 A) zu messen. Die Anfangsauslenkung soll 10 Skalenteile betragen.
- Ermitteln sie jeweils die Schwingungsdauer T_d, die Schwingfrequenz f_d, die Kreisfrequenz ω_d und die Minima und Maxima der ersten vier Perioden. Protokollieren sie die Ergebnisse in tabellarischer Form.
- Ermitteln sie die einzustellende Stromstärke der Wirbelstrombremse für den aperiodischen Grenzfall.

5. Auswertung

- Stellen sie die gemessenen Schwingungsverläufe grafisch dar.
- Vergleichen sie Kreisfrequenzen im gedämpften und ungedämpften Fall.
- Ermitteln sie jeweils das logarithmische Dekrement und den Abklingkoeffizienten.