Einführung in die Technische Akustik

Inhalt

3. Ebene Schallwellen in fluiden Medien

3.1 Lösung der Wellengleichung

Die allgemeine Lösung der linearen Wellengleichung

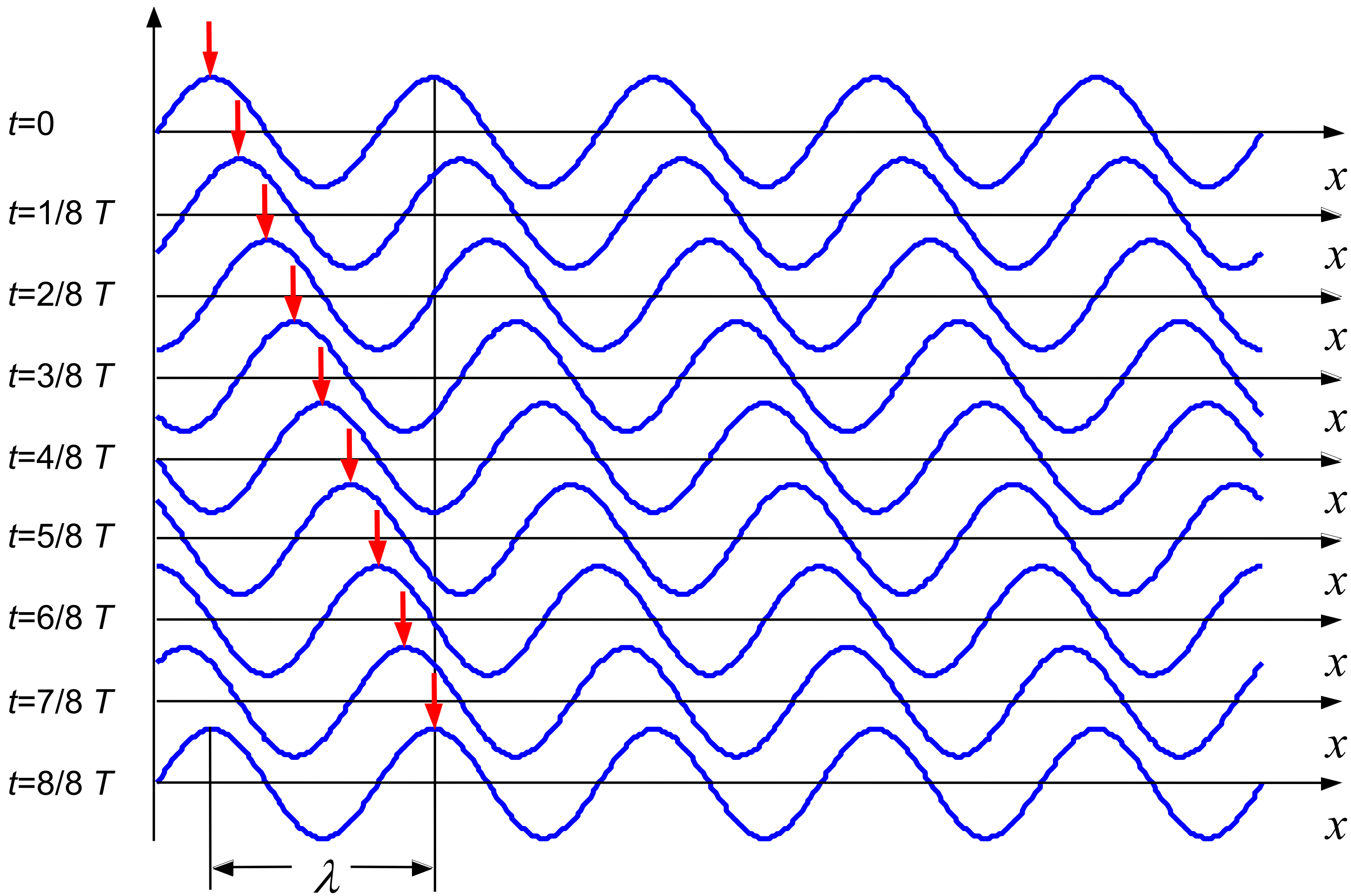
$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}$$

ist nach d'Alembert eine Funktion vom Typ

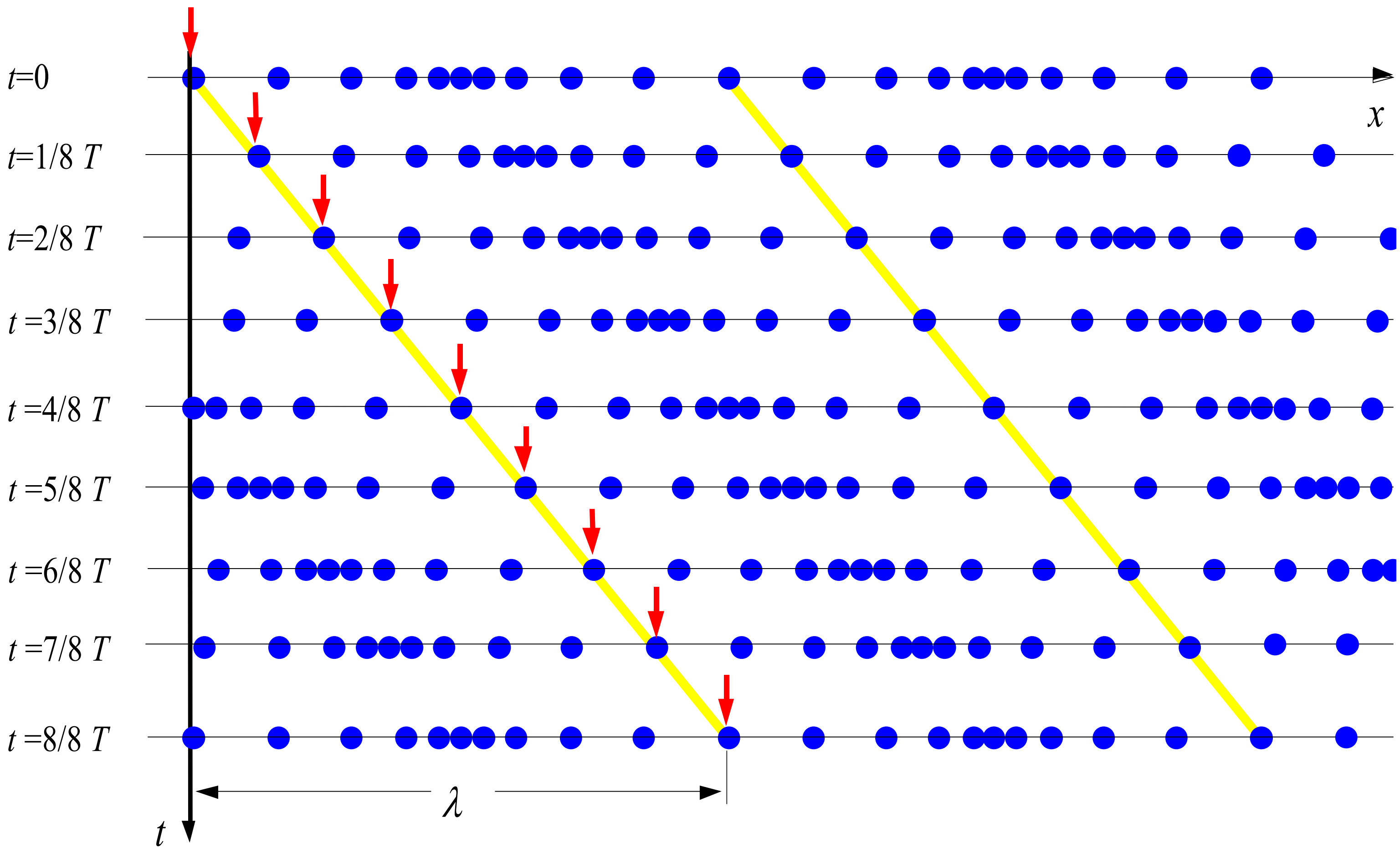
$$p(x,t) = f(t - x/c) + g(t + x/c).$$

Die Funktion f bzw. g beschreibt eine mit der Geschwindigkeit c in positiver bzw. negativer x-Richtung fortschreitende ebene Welle. c gibt also die Schallgeschwindigkeit an.

Ausbreitungszustände einer Transversalwelle



Ausbreitungszustände einer Longitudinalwelle



Die Bezeichnung ebene Welle begründet sich aus der Eigenschaft, dass auf allen Ebenen senkrecht zur Ausbreitungsrichtung der gleiche Zustand herrscht, d.h. auf diesen Ebenen sind die Schalldruckamplitude und die Phase der Welle konstant.

Beweis:
Einmaliges und zweimaliges partielles Ableiten von $p(x,t)$ nach x und t, d.h.

$$\frac{\partial}{\partial x}p(x,t)=\frac{\partial}{\partial x}\big(f(t-x/c)+g(t+x/c)\big) \qquad \mu=t-x/c, \quad \eta=t+x/c$$

$$=\frac{\partial\mu}{\partial x}f'(\mu)+\frac{\partial\eta}{\partial x}g'(\eta)=-\frac{1}{c}\big(f'(\mu)-g'(\eta)\big),$$

$$\frac{\partial}{\partial t}p(x,t)=\frac{\partial}{\partial t}\big(f(t-x/c)+g(t+x/c)\big) \qquad \mu=t-x/c,\ \eta=t+x/c$$

$$=\frac{\partial\mu}{\partial t}f'(\mu)+\frac{\partial\eta}{\partial t}g'(\eta)=f'(\mu)+g'(\eta),$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}p(x,t)=\frac{\partial^2}{\partial x^2}\big(f(t-x/c)+g(t+x/c)\big) \qquad \mu=t-x/c,\ \eta=t+x/c$$

$$=-\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial x}\big(f'(\mu)-g'(\eta)\big)=-\frac{1}{c}\left(\frac{\partial\mu}{\partial x}f''(\mu)-\frac{\partial\eta}{\partial x}g''(\eta)\right)$$

$$=\frac{1}{c^2}\big(f''(\mu)+g''(\eta)\big)$$

und

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} p(x,t) = \frac{\partial^2}{\partial t^2}\big(f(t-x/c)+g(t+x/c)\big) \qquad \mu = t-x/c,\ \eta = t+x/c$$

$$= \frac{\partial}{\partial t}\big(f'(\mu)+g'(\eta)\big) = \frac{\partial\mu}{\partial t} f''(\mu) + \frac{\partial\eta}{\partial t} g''(\eta) = f''(\mu)+g''(\eta)$$

zeigt nach Einsetzen in die Wellengleichung

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} p(x,t) = \frac{1}{c^2}\big(f''(\mu)+g''(\eta)\big)$$

$$= \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} p(x,t) = \frac{1}{c^2}\big(f''(\mu)+g''(\eta)\big),$$

dass

$$p(x,t) = f(t-x/c) + g(t+x/c)$$

Lösung der Wellengleichung ist.

3.2 Wellenwiderstand

Aus der Eulerschen-Gleichung

$$-\frac{\partial p}{\partial x}=\rho_g\left(\frac{\partial v}{\partial t}+v\frac{\partial v}{\partial x}\right)$$

die bei Vernachlässigung des konvektiven Anteils und bei Ausnutzen von $\rho \ll \rho_0$, d.h. $\rho_g \cong \rho_0$, in

$$-\frac{\partial p}{\partial x}=\rho_0\frac{\partial v}{\partial t}$$

übergeht, folgt für $p(x,t)=f(t-x/c)$, d.h. für die in positiver x-Richtung fortschreitende ebene Welle die Gleichung

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0}\left(-\frac{1}{c} f'(\mu)\right) = \frac{1}{\rho_0 c} f'(\mu), \qquad \mu = t - x/c\,.$$

Integration dieser Gleichung nach der Zeit t liefert

$$v = \int \frac{\partial v}{\partial t} dt = \frac{1}{\rho_0 c}\int f'(t - x/c)\,dt = \frac{1}{\rho_0 c}\int f'(\mu)\,d\mu = \frac{1}{\rho_0 c} f = \frac{1}{\rho_0 c} p$$

und nach Umformen schließlich mit

$$Z_W = \frac{p}{v} = \rho_0 c$$

die als Wellenwiderstand bezeichnete akustische Impedanz des Ausbreitungsmediums.

Für $p(x,t) = g(t + x/c)$, d.h. für die in negativer *x*-Richtung fortschreitende ebene Welle, erhält man aus

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0 c} g'(\eta) \qquad \eta = t + x/c$$

nach Integration und Umformen gemäß

$$v = \int \frac{\partial v}{\partial t} dt = -\frac{1}{\rho_0 c} \int g'(t+x/c)\, dt = -\frac{1}{\rho_0 c} \int g'(\eta)\, d\eta = -\frac{1}{\rho_0 c} g = -\frac{1}{\rho_0 c} p$$

schließlich die Beziehung

$$\frac{p}{v} = -\rho_0 c = -Z_W.^{1)}$$

1) Die Abhängigkeit von der Ausbreitungsrichtung ergibt sich, weil *p* eine skalare $\mathbf{v}$ aber eine vektorwertige Größe ist.

3.3 Ebene harmonische Wellen

Da sich beliebige Wellenformen i.d.R. durch Superposition harmonischer Wellen synthetisieren lassen, kommt den harmonischen Wellen eine besondere Bedeutung zu.

Eine in positiver *x*-Richtung fortschreitende ebene harmonische Welle wird durch

$$\underline{p}(x,t) = \hat{p}\,e^{j(\omega(t-x/c)+\varphi)} = \underline{P}\,e^{j(\omega t - kx)} \quad \text{mit} \quad \underline{P} = \hat{p}\,e^{j\varphi}$$

bzw. in reeller Form durch

$$p(x,t) = \mathrm{Re}\left\{\underline{p}(x,t)\right\} = \hat{p}\cos(\omega t - kx + \varphi)$$

beschrieben, wobei

$$k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi f}{c} = \frac{2\pi}{Tc} = \frac{2\pi}{\lambda}$$

die Wellenzahl bezeichnet. Außerdem gibt

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f}$$

die zeitliche Periode und

$$\lambda = Tc = \frac{c}{f} = 2\pi \frac{c}{\omega} = \frac{2\pi}{k}$$

die räumliche Periode, d.h. die Wellenlänge an.

Die zughörige Schallschnelle ergibt sich aus

$$\underline{v} = \underline{p} / \rho_0 c = \underline{p} / Z_W$$

folglich zu

$$\underline{v}(x,t)=\underline{V}\,e^{j(\omega t-kx)}=\frac{\underline{P}}{Z_W}e^{j(\omega t-kx)}=\frac{\hat{p}}{Z_W}e^{j(\omega t-kx+\varphi)}=\hat{v}\,e^{j(\omega t-kx+\varphi)}$$

bzw. in reeller Form zu

$$v(x,t)=\mathrm{Re}\{\underline{v}(x,t)\}=\hat{v}\cos(\omega t-kx+\varphi)$$

mit

$$\underline{V}=\underline{P}/Z_W \quad \text{bzw.} \quad \hat{v}=\hat{p}/Z_W\,.$$

Die Richtung der Schallschnelle fällt mit der Ausbreitungsrichtung zusammen, d.h. Schallwellen in fluiden Medien sind Longitudinalwellen.

3.4 Schallgeschwindigkeit

Bei der Schallausbreitung in idealen Gasen können die Zustandsänderungen durch das Adiabatengesetz

$$\frac{p_g}{p_0} = \frac{p_0 + p}{p_0} = \left(\frac{\rho_g}{\rho_0}\right)^{\kappa} \quad \Rightarrow \quad p(\rho_g) = p_0\left(\left(\rho_g / \rho_0\right)^{\kappa} - 1\right)$$

beschrieben werden, vgl. Kapitel 2.2. Die Reihenentwicklung

$$p(\rho_g) = p(\rho_0) + \left.\frac{dp}{d\rho_g}\right|_{\rho_g=\rho_0} (\rho_g - \rho_0) + \frac{1}{2}\left.\frac{d^2 p}{d\rho_g^2}\right|_{\rho_g=\rho_0} (\rho_g - \rho_0)^2 + \ldots$$

liefert für $\rho = \rho_g - \rho_0 \ll \rho_0$ näherungsweise die Proportionalität

$$p = \left.\frac{dp}{d\rho_g}\right|_{\rho_g=\rho_0} \rho = \kappa \frac{p_0}{\rho_0}\left.\left(\frac{\rho_g}{\rho_0}\right)^{\kappa-1}\right|_{\rho_g=\rho_0} \rho = c^2\rho \quad \text{mit} \quad c = \sqrt{\kappa p_0/\rho_0}\,.$$

Nach Einsetzen des allgemeinen Gasgesetzes

$$p_0 V_0 = nRT = mRT/M = \rho_0 V_0 RT/M \Rightarrow p_0/\rho_0 = RT/M$$

ergibt sich die Schallgeschwindigkeit in Gasen zu

$$c = \sqrt{\kappa RT/M}\,.$$

In Flüssigkeiten ist die Proportionalität zwischen Druckerhöhung und Volumenverringerung durch den Kompressionsmodul gemäß

$$\underbrace{\Delta p}_{\substack{\text{Druck-}\\ \text{änderung}}} = -K \underbrace{\Delta V / V_0}_{\substack{\text{Volumen-}\\ \text{änderung}}}$$

definiert. Ausnutzung der Beziehung $\rho V = \text{const.}$ liefert

$$\Delta p = p_g - p_0 = -K(V_g - V_0)/V_0 = K(\rho_g - \rho_0)/\rho_g = K\Delta\rho/\rho_g$$

Beachtet man, dass $\rho_g \cong \rho_0$, die Druckänderungen Δp dem Wechseldruck p und die Dichteänderung $\Delta\rho$ der Wechseldichte ρ entspricht, so erhält man mit

$$p = K\,\rho/\rho_0 = c^2 \rho$$

für die Schallgeschwindigkeit in Flüssigkeiten die Beziehung

$$c = \sqrt{K/\rho_0}\,.$$

In der folgenden Tabelle sind die Schallgeschwindigkeit und der Wellenwiderstand für einige fluide Medien bei 20°C und Normaldruck zusammengestellt.

	Medium	c in [m/s]	Z_w in [kg/m^{2}s]
Gase	Luft	344	414
	Wasserstoff	1306	110
	Kohlendioxid	267	492
Flüssigkeiten	Wasser	1484	$1{,}48 \cdot 10^6$
	Quecksilber	1450	$19{,}7 \cdot 10^6$
	Glyzerin	1895	$2{,}33 \cdot 10^6$

3.5 Intensität

Die mittlere Wirkleistung,

$$P = \overline{P(t)} = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} F(t)\, v(t)\, dt = \overline{F(t)\, v(t)}$$

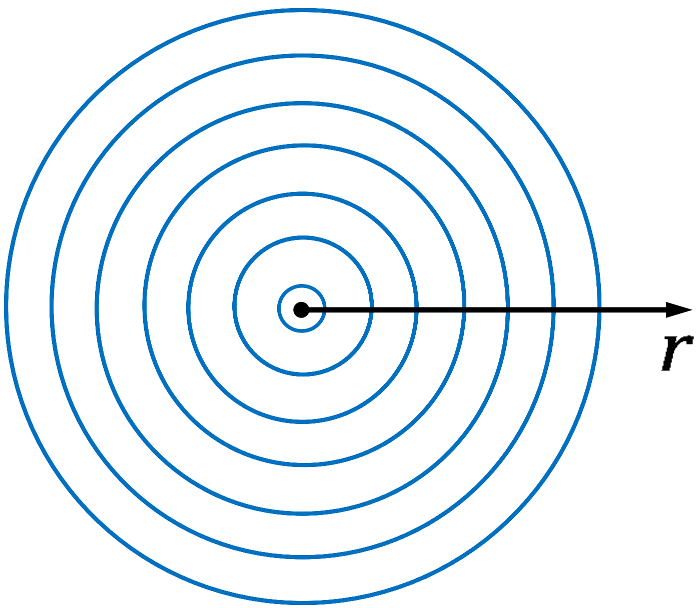
gibt die im Mittel pro Zeiteinheit übertragene/transportierte Energie bzw. verrichtete Arbeit an. Die mittlere Leistung pro Fläche heißt Intensität

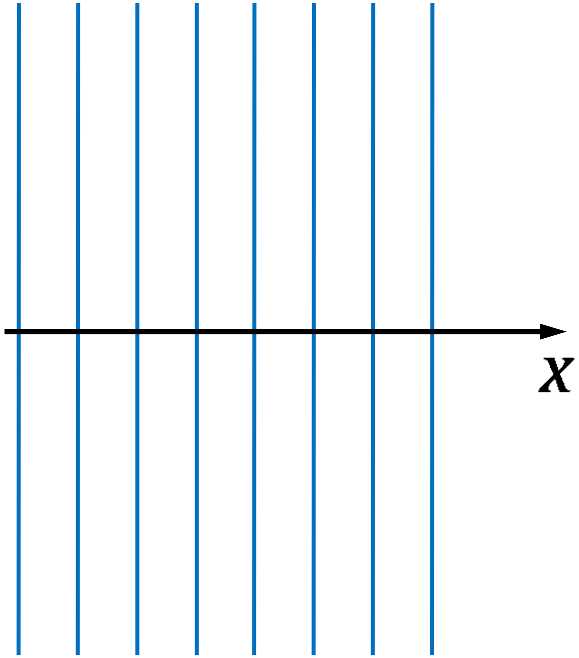
$$I = \frac{P}{A} = \frac{\overline{P(t)}}{A} = \frac{\overline{F(t)\cdot v(t)}}{A} = \overline{p(t)\cdot v(t)} \quad \text{mit} \quad p(t) = \frac{F(t)}{A}.$$

Sie gibt die sekündlich durch eine senkrecht zur Ausbreitungsrichtung stehende Fläche von 1m² transportierte Energie an.

Wellenfronten/Phasenflächen einer

Kreis-/Kugelwellen *ebenen Welle*





Betrachtet man nun ebene Wellen, dann kann wegen

$$v(t) = \frac{p(t)}{Z_W}$$

für die Intensität

$$I = \frac{1}{Z_W}\overline{p^2(t)} = \frac{1}{Z_W}\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} p^2(t)\,dt = \frac{1}{Z_W}p_{eff}^2$$

und speziell für harmonische Wellen

$$I = \frac{\hat{p}^2}{2Z_W}, \qquad p_{eff} = \sqrt{\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} p^2(t)\,dt} = \sqrt{\frac{\hat{p}^2}{T}\int_{-T/2}^{T/2}\cos^2(\omega t+\vartheta)\,dt} = \frac{\hat{p}}{\sqrt{2}}$$

geschrieben werden.

3.6 Schallpegelgrößen

Da die Werte, die Schalldrücke in der Praxis annehmen können, einen sehr großen Bereich überdecken, verwendet man zur Kennzeichnung der Schallstärke ein logarithmisches Maß, den Schallpegel

$$L = 10\lg\left(\frac{p_{eff}^2}{p_b^2}\right) = 20\lg\left(\frac{p_{eff}}{p_b}\right) \quad \mathrm{dB} \;\; \text{(Dezibel)},$$

wobei der Bezugsschalldruck mit

$$p_b = 2\cdot 10^{-5}\,\frac{N}{m^2} = 2\cdot 10^{-5}\ \mathrm{Pa} = 20\ \mu\mathrm{Pa}$$

auf die untere Hörgrenze bei $f = 1\ \mathrm{kHz}$ festgelegt ist.

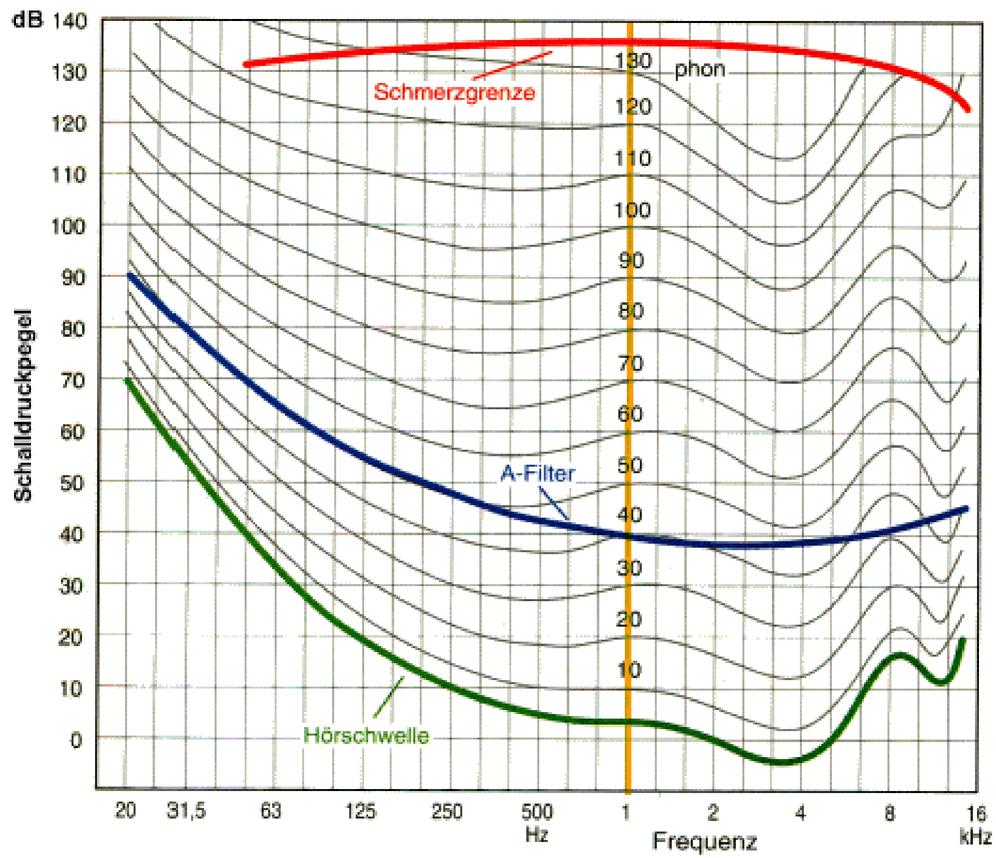
Lautstärke

Die Empfindlichkeit des Gehörs ist frequenzabhängig, z.B. liegt die Hörschwelle bei

1 kHz bei ca. 0 dB,
20 Hz bei ca. 70 dB.

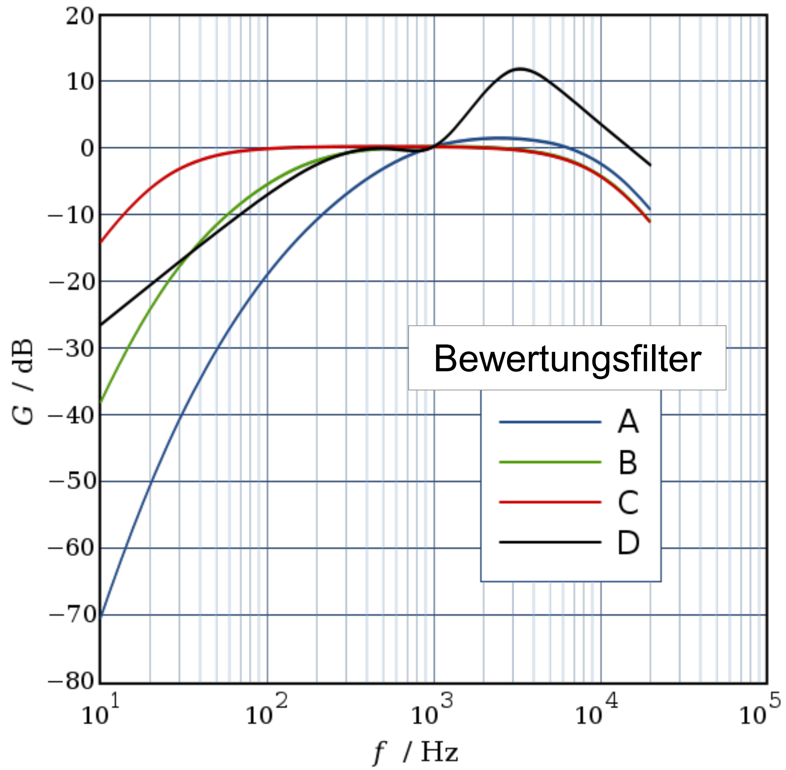
Den Wahrnehmungsunterschieden trägt man durch Einführen der Lautstärke Rechnung.

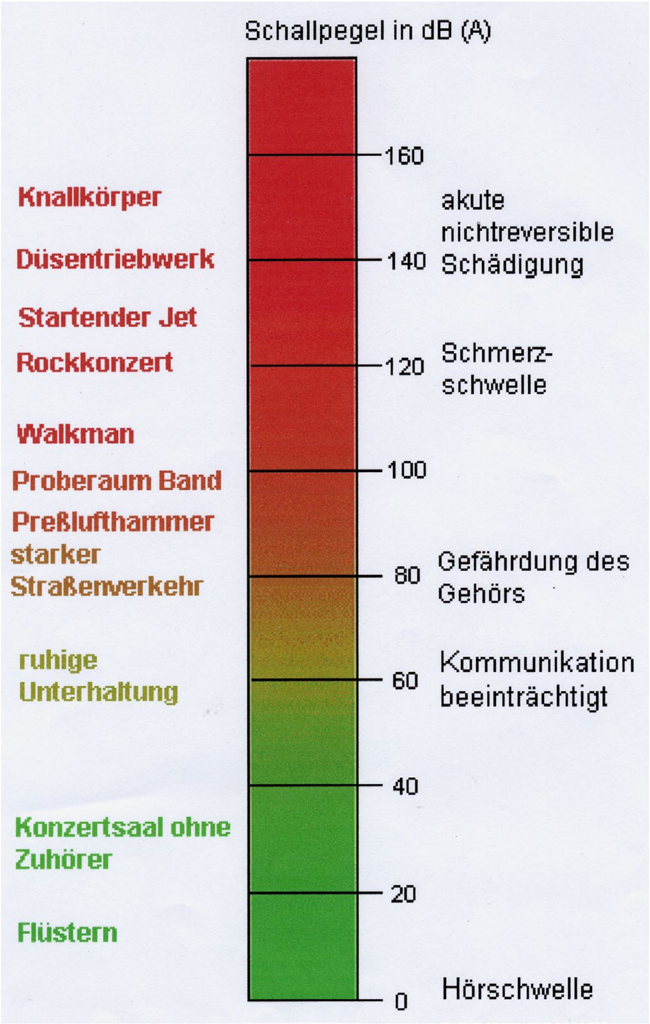
Bei einer Frequenz von 1 kHz sind Schalldruckpegel in [dB] und Lautstärke in [phon] gleich.



Mit A-Filter bewertete Schallpegel

$\Rightarrow$ Schallpegelangabe in dB (A)





Auch für die

Schallintensität I und

Schallleistung $P = \int I \, dA$

gibt es entsprechende Pegelmaße. Die Bezugsschallintensität ist so gewählt worden, dass der Zahlenwert des Schallintensitätspegels für eine ebene Welle in Luft mit dem Schalldruckpegel übereinstimmt. Dies ist erfüllt für

$$I_b = \frac{p_b^2}{Z_{L,W}} = 10^{-12} \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2} \quad \text{mit} \quad Z_{L,W} = \text{Wellenwiderstand in Luft.}$$

Den Schallintensitätspegel berechnet man somit aus

$$L_I = 10 \lg\left(I/I_b\right) \quad \text{dB (Dezibel)}$$

und den Schallleistungspegel mittels

$$L_P = 10\lg\left(P/P_b\right)^{1)} \quad \text{dB (Dezibel)},$$

wobei der Bezugsleistungspegel durch

$$P_b = I_b \cdot 1\,\text{m}^2 = 10^{-12}\,\text{W}$$

definiert ist. Umgekehrt ist eine Pegelgröße L, L_I bzw. L_P gegeben, so kann die zugehörige Größe p, I bzw. P durch

$$p_{eff} = p_b\, 10^{L/20}, \quad I = I_b\, 10^{L_I/10} \quad \text{und} \quad P = P_b\, 10^{L_p/10}$$

berechnet werden.

1) Man beachte, dass der Schallleistungspegel eine reine Quellgröße ist und keine unmittelbare Angabe über den Schalldruckpegel erlaubt.

Anmerkung:

Bei Verwendung der oben eingeführten Bezugsgrößen p_b und I_b sind die Pegelgrößen L, und L_I in Gasen für die $Z_W = Z_{L,W}$ gilt einander gleich.

Zur Bestimmung von Schallintensitätspegeln in Gasen mit $Z_W \neq Z_{L,W}$ nutzt man die Beziehung

$$L_I = 10\lg\left(\frac{I}{I_b}\right) = 10\lg\left(\frac{p_{eff}^2 / Z_W}{p_b^2 / Z_{L,W}}\right)$$

$$= 10\lg\left(\frac{p_{eff}^2}{p_b^2}\right) + \underbrace{10\lg\left(\frac{Z_{L,W}}{Z_W}\right)}_{K} = L + K.$$

Multipliziert man die Leistungsgröße I bzw. die Feldgröße p_{eff} mit n bzw. $1/n$, so lässt sich die additive Pegeländerung ΔL wie folgt berechnen.

Leistungsgrößen	**Feldgrößen**
$L_I = 10\lg\left(\frac{I}{I_b}\right)$ dB	$L = 20\lg\left(\frac{p_{eff}}{p_b}\right)$ dB
n: $L_I + \Delta L_I = 10\lg\left(\frac{nI}{I_b}\right)$ dB	n: $L + \Delta L = 20\lg\left(\frac{np_{eff}}{p_b}\right)$ dB
$\Rightarrow \Delta L_I = 10\lg(n)$ dB	$\Rightarrow \Delta L = 20\lg(n)$ dB
$1/n$: $L_I + \Delta L_I = 10\lg\left(\frac{I}{nI_b}\right)$ dB	$1/n$: $L + \Delta L = 20\lg\left(\frac{p_{eff}}{np_b}\right)$ dB
$\Rightarrow \Delta L_I = -10\lg(n)$ dB	$\Rightarrow \Delta L = -20\lg(n)$ dB

Leistungsgrößen		**Feldgrößen**	
n **bzw.** $1/n$	ΔL **in dB**	n **bzw.** $1/n$	ΔL **in dB**
2 Verdopplung 1/2 Halbierung	3 -3	2 1/2	6 -6
3 Verdreifachung 1/3 Drittelung	4,75 -4,75	3 1/3	9,5 -9,5
10 1/10	10 -10	10 1/10	20 -20
100 1/100	20 -20	100 1/100	40 -40
1000 1/1000	30 -30	1000 1/1000	60 -60

Addiert man zu einem Pegel L den Wert $\pm\Delta L$, so lässt sich die Vervielfachung s der Leistungsgröße I bzw. Feldgröße p_{eff} wie folgt berechnen.

Leistungsgrößen	**Feldgrößen**
$L_I = 10\lg\left(\frac{I}{I_b}\right)\ \mathrm{dB}$	$L = 20\lg\left(\frac{p_{eff}}{p_b}\right)\ \mathrm{dB}$
$L_I \pm \Delta L_I = 10\lg\left(\frac{sI}{I_b}\right)\ \mathrm{dB}$	$L \pm \Delta L = 20\lg\left(\frac{s\,p_{eff}}{p_b}\right)\ \mathrm{dB}$
$\Rightarrow s = 10^{\pm\frac{\Delta L_I}{10}}$	$\Rightarrow s = 10^{\pm\frac{\Delta L}{20}}$

Leistungsgrößen		Feldgrößen	
Δ*L* in dB	***s***	**Δ*L* in dB**	***s***
1 -1	1,256 0,795	2 -2	1,256 0,795
2 -2	1,585 0,630	4 -4	1,585 0,630
3 -3	2 1/2	6 -6	2 1/2
10 -10	10 1/10	20 -20	10 1/10
20 -20	100 1/100	40 -40	100 1/100
30 -30	1000 1/1000	60 -60	1000 1/1000

3.7 Pegel-Berechnung

Wirken mehrere Schallanteile zusammen, z.B. von verschiedenen Quellen, so ergibt sich das Gesamtsignal durch Überlagerung der einzelnen Komponenten.

Hierbei unterscheidet man die folgenden Fälle

1) Anteile sind kohärent, d.h. korrelierte deterministische bzw. stochastische Signale, z.B. deterministische Signale gleicher Frequenz.

2) Anteile sind inkohärent, d.h. unkorrelierte deterministische bzw. stochastische Signale, z.B. Signale disjunkter Frequenzbereiche.

Interferenz

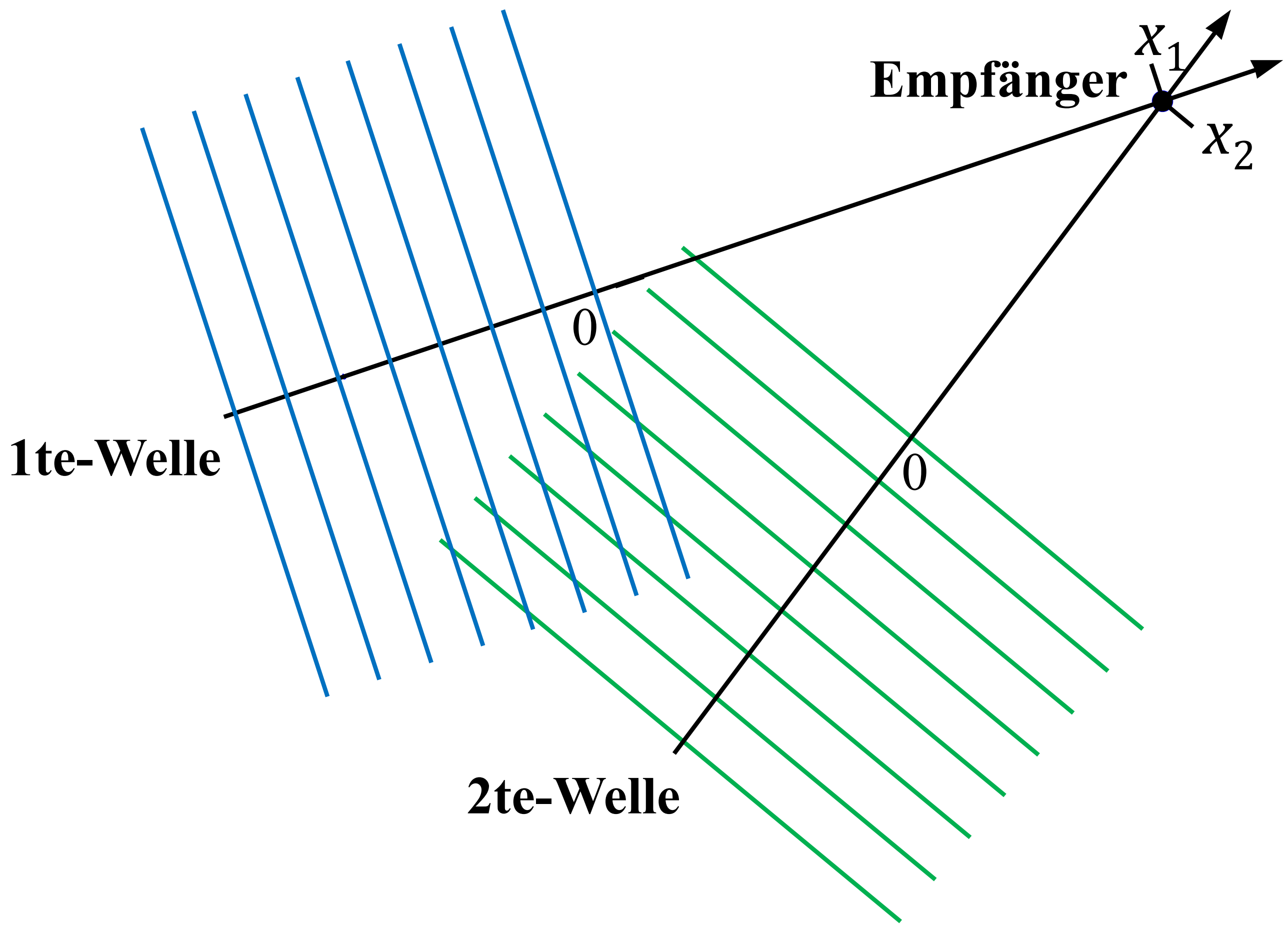
Die Überlagerung zweier oder mehrerer Wellen gleicher Frequenz, d.h. die Überlagerung von Wellen mit festen Phasenbeziehungen, führt je nach den Phasendifferenzen zwischen den Wellen zu räumlichen Erscheinungen die man Interferenz nennt.

Kohärenz

Wellen, zwischen denen zeitlich feste Phasenbeziehungen bestehen werden als kohärent bezeichnet.

Überlagerung kohärenter Wellen $\Rightarrow$ (beobachtbare) Interferenz

Überlagerung zweier kohärenter Ebener Wellen



$$p_1(x_1,t) = \hat{p}_1 \cos(\omega t - kx_1 + \vartheta_1) = \hat{p}_1 \cos(\omega t + \tilde{\vartheta}_1)$$

$$p_2(x_2,t) = \hat{p}_2 \cos(\omega t - kx_2 + \vartheta_2) = \hat{p}_2 \cos(\omega t + \tilde{\vartheta}_2)$$

$$\Rightarrow \quad p_E(t) = p_1(x_1,t) + p_2(x_2,t)$$

$$= \hat{p}_1 \cos(\omega t + \tilde{\vartheta}_1) + \hat{p}_2 \cos(\omega t + \tilde{\vartheta}_2) = \hat{p} \cos(\omega t + \tilde{\vartheta})$$

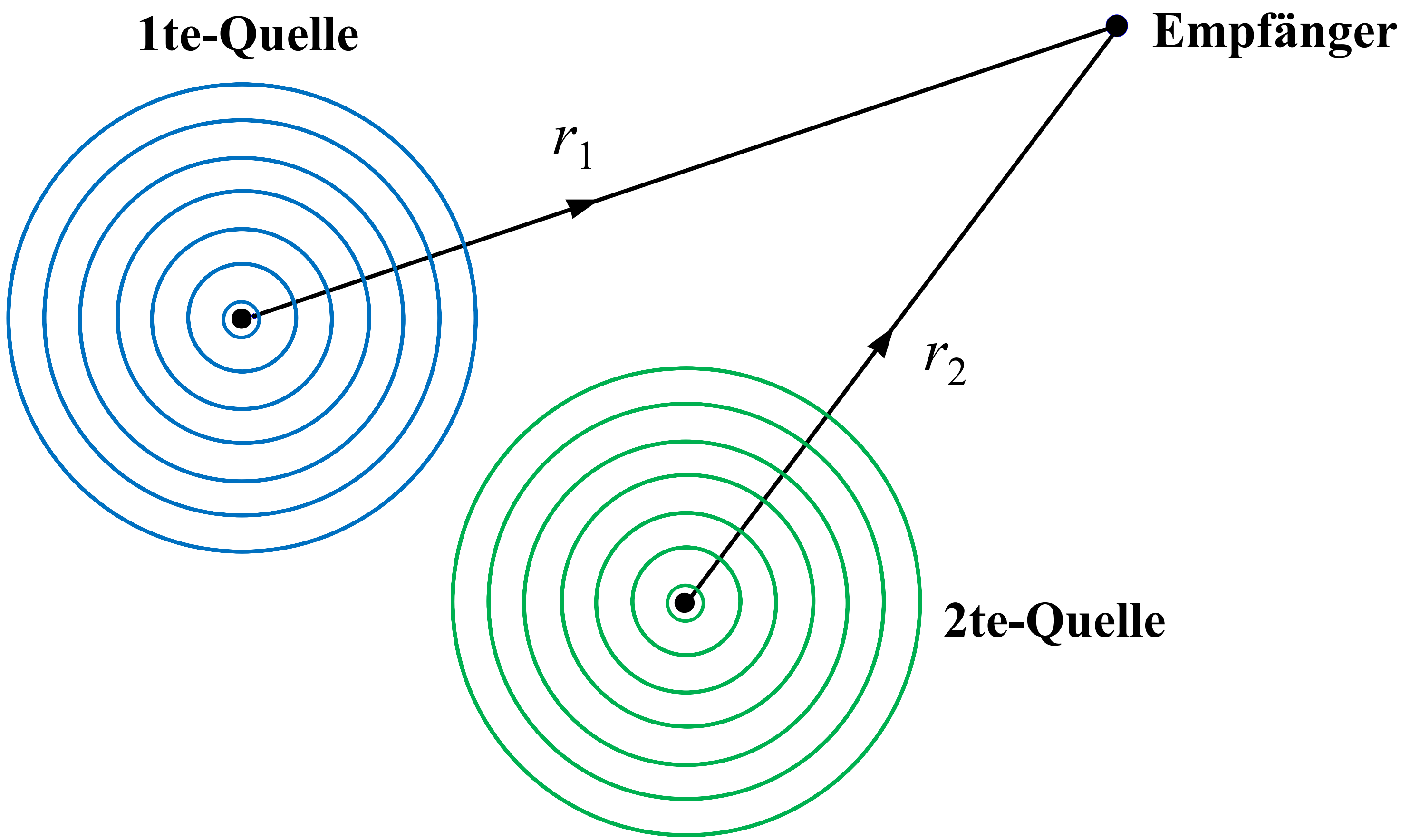
mit

$$\hat{p} = \sqrt{\hat{p}_1^2 + \hat{p}_2^2 + 2\hat{p}_1\hat{p}_2 \cos(\tilde{\vartheta}_1 - \tilde{\vartheta}_2)}$$

und

$$\tan \tilde{\vartheta} = \frac{\hat{p}_1 \sin \tilde{\vartheta}_1 + \hat{p}_2 \sin \tilde{\vartheta}_2}{\hat{p}_1 \cos \tilde{\vartheta}_1 + \hat{p}_2 \cos \tilde{\vartheta}_2}.$$

Überlagerung zweier kohärenter Kugelwellen



$$p_1(r_1,t) = (\hat{p}_1 / r_1)\cos(\omega t - kr_1 + \vartheta_1) = \tilde{p}_1 \cos(\omega t + \tilde{\vartheta}_1)$$

$$p_2(r_2,t) = (\hat{p}_2 / r_2)\cos(\omega t - kr_2 + \vartheta_2) = \tilde{p}_2 \cos(\omega t + \tilde{\vartheta}_2)$$

$$\Rightarrow \quad p_E(t) = p_1(r_1,t) + p_2(r_2,t)$$

$$= \tilde{p}_1 \cos(\omega t + \tilde{\vartheta}_1) + \tilde{p}_2 \cos(\omega t + \tilde{\vartheta}_2) = \tilde{p} \cos(\omega t + \tilde{\vartheta})$$

mit

$$\tilde{p} = \sqrt{\tilde{p}_1^2 + \tilde{p}_2^2 + 2\tilde{p}_1\tilde{p}_2 \cos(\tilde{\vartheta}_1 - \tilde{\vartheta}_2)}$$

und

$$\tan\tilde{\vartheta} = \frac{\tilde{p}_1 \sin\tilde{\vartheta}_1 + \tilde{p}_2 \sin\tilde{\vartheta}_2}{\tilde{p}_1 \cos\tilde{\vartheta}_1 + \tilde{p}_2 \cos\tilde{\vartheta}_2}.$$

3.7.1 Überlagerung kohärenter Schallwellen

Die Zeitverläufe der Schalldrücke müssen addiert werden

$$p(t)=\sum_{n=1}^{N} p_n(t).$$

Der Gesamtpegel ergibt sich durch Effektivwertbildung des Summensignals

$$p_{eff}\ ^{1)} = \sqrt{\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} p^2(t)dt} = \sqrt{\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2}\left(\sum_{n=1}^{N} p_n(t)\right)^2 dt}$$

zu

$$L=10\lg\left(p_{eff}^2/p_b^2\right)=20\lg\left(p_{eff}/p_b\right).$$

1) Stochastische Prozesse müssen stationär und zur Berechnung von p_{eff} gemäß obiger Gleichung ergodisch sein.

3.7.2 Überlagerung inkohärenter Schallwellen

Die Schalldrucksignale können direkt “quadratisch“ überlagert werden, d.h. einfach die einzelnen Intensitäten addieren

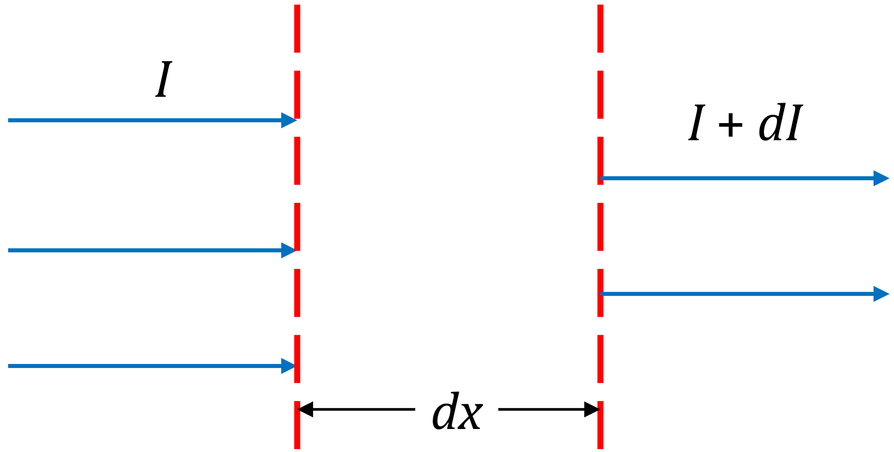
$$I_{ges} = \sum_{n=1}^{N} I_n = \frac{1}{Z_W} \sum_{n=1}^{N} p_{n,eff}^2 \quad \text{mit} \quad Z_W = \rho_0 c\,.$$

Sind von mehreren inkohärenten Schalldrucksignalen nur die Schallintensitätspegel L_{I_n} $(n = 1, \ldots, N)$ bekannt, so ergibt sich der Pegel von I_{ges} zu

$$L_{I_{ges}} = 10\lg\left(\frac{I_{ges}}{I_b}\right) = 10\lg\left(\frac{1}{I_b}\sum_{n=1}^{N} I_n\right) = 10\lg\left(\sum_{n=1}^{N}\frac{I_n}{I_b}\right) = 10\lg\left(\sum_{n=1}^{N} 10^{\frac{L_{I_n}}{10}}\right)$$

3.8 Ausbreitungsdämpfung

Treten in einem Medium während der Schallausbreitung Verluste auf, d.h. eine Umwandlung in Wärme, so verringert sich die Intensität einer Schallwelle im Lauf ihrer Ausbreitung.



Die Änderung dI ist proportional der Anfangsintensität I und der Schichtdicke dx, d.h.

$$dI = -2\alpha I dx \quad \Rightarrow \quad \frac{dI}{dx} + 2\alpha I = 0.$$

Die erhaltene lineare homogene Differentialgleichung 1. Ordnung besitzt die Lösung

$$I(x) = I_0 \, e^{-2\alpha x}.$$

Demzufolge nimmt wegen

$$I(x) = p_{eff}^2(x) \big/ Z_W$$

auch der Schalldruck der Welle exponentiell ab

$$\underline{p} = \hat{p}\, e^{-\alpha x} e^{j(\omega t - k x + \varphi)} = \hat{p}\, e^{j(\omega t - \underline{k} x + \varphi)},$$

wobei der Absorptionskoeffizient α und die reelle Wellenzahl

k zu einer komplexen Wellenzahl

$$\underline{k} = k - j\alpha$$

zusammengefasst wurde.

Die Abnahme des Schalldruck- bzw. Intensitätspegels

$$D = 20\,\lg\left(\frac{p_{eff}(0)}{p_{eff}(1)}\right) = 10\,\lg\left(\frac{I(0)}{I(1)}\right) = 20\lg\left(e^{\alpha}\right) = 10\lg\left(e^{2\alpha}\right)$$

$$= 20\lg(e)\,\alpha = 8{,}686\,\alpha \quad \mathrm{dB/m}$$

bezeichnet man als Dämpfungsmaß.

Klassische Dämpfung in Gasen

(hinreichend zur Beschreibung der Dämpfung in einatomigen Gasen)

1) Viskosität

   Beim Durchgang einer Schallwelle durch ein Gas wird ein Volumenelement periodisch verformt. Hierdurch treten zur Verformungsgeschwindigkeit proportionale Reibungskräfte auf, die einen Dämpfungskoeffizienten bedingen, der proportional zum Quadrat der Frequenz ist.

2) Wärmeleitung

   Schallwellenbedingte Zustandsänderungen laufen nicht streng adiabatisch ab. Es treten Wärmeströme von komprimierten (wärmeren) Bereichen zu expandierenden (kälteren) Bereichen auf. Die dadurch hervorgerufene Dämpfung ist ebenfalls proportional zum Quadrat der Frequenz.

Molekulare Dämpfung in Gasen

(zusätzlich zur klassischen Dämpfung notwendig um Dämpfungen in mehratomigen Gasen hinreichend genau beschreiben zu können)

Ein aus mehreren Atomen bestehendes Gasmolekül hat mehrere Möglichkeiten, Bewegungs- und damit Wärmeenergie zu speichern.

Das Molekül kann sich als Ganzes bewegen, wie ein starrer Körper um seinen Schwerpunkt rotieren und seine Bestandteile können Schwingungen gegeneinander ausführen. Diese drei Bewegungsarten – Translation, Rotation und Schwingung – bilden die Energiespeicher des Gases.

Im Gleichgewichtszustand ist die Wärmeenergie nach einer recht komplexen Gesetzmäßigkeit auf die verschiedenen Speicher aufgeteilt.

Literatur zu Kapitel 3

[1] D.T. Blackstock, *Fundamentals of Physical Acoustics*, Wiley, 2000

[2] L. Cremer und M. Möser, *Technische Akustik*, Springer, 2003

[3] H. Henn, *Ingenieurakustik*, Vieweg, 2001

[4] H. Kuttruff, *Akustik: Eine Einführung,* Hirzel Verlag, 2004

[5] R. Lerch, G. Sessler und D. Wolf, *Technische Akustik: Grundlagen und Anwendungen*, Springer, 2009

[6] I. Veit, *Technische Akustik*, Vogel, 1996