

Einführung in die Technische Akustik

Inhalt

1 Grundbegriffe der Schwingungslehre

2 Schallfeldgrößen und Wellengleichung für fluide Medien

3 Ebene Schallwellen in fluiden Medien

4 Kugelwellen

5 Synthese von Schallquellen

6 Reflexion, Brechung und Beugung

7 Akustische Leitungen

8 Geometrische Akustik

6. Reflexion, Brechung und Beugung

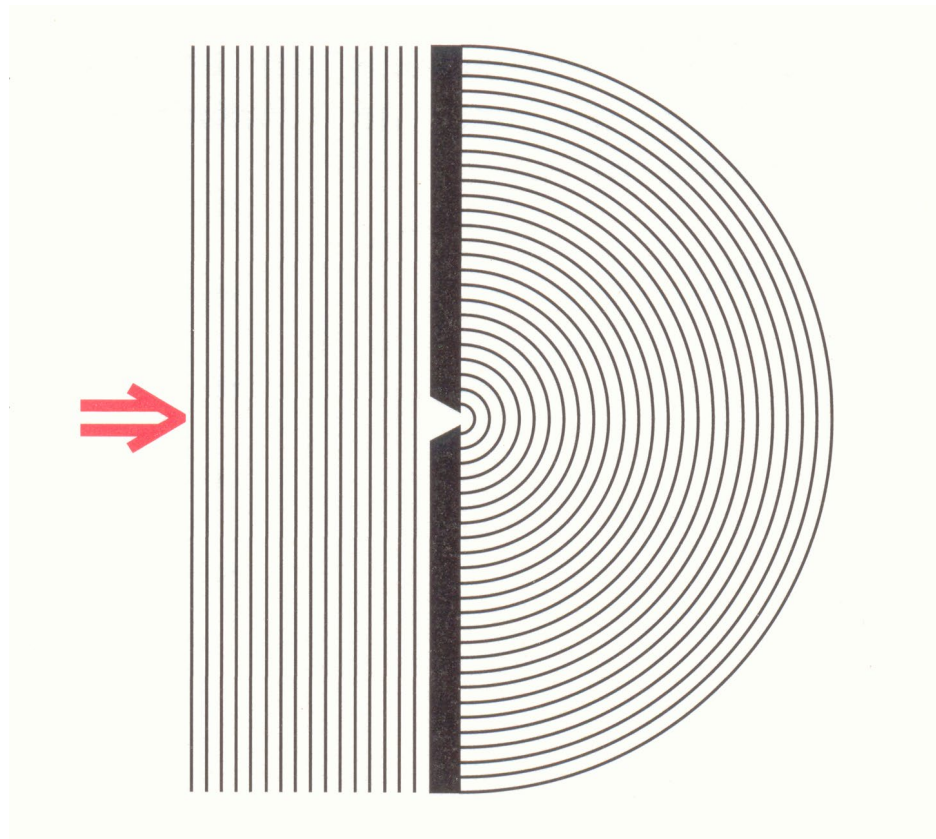
6.1 Elementarwellen

Huygensches Prinzip

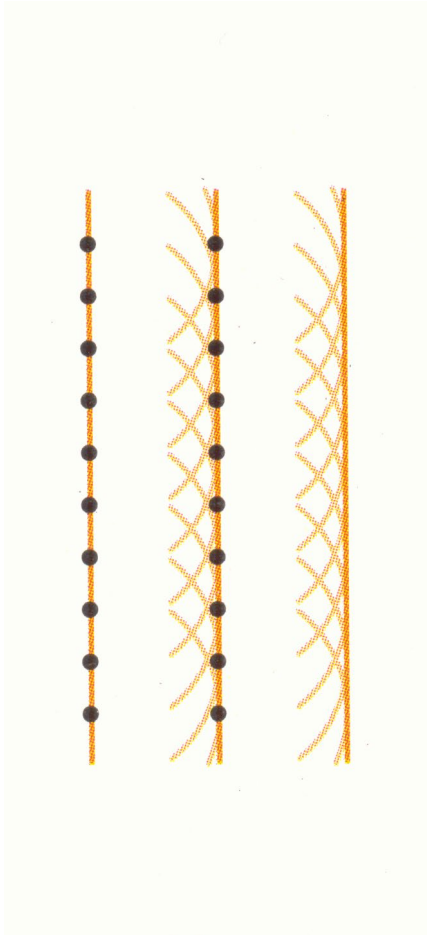
Jeder von einer Welle getroffene Raumpunkt kann als Ausgangspunkt einer sogenannten Elementarwelle aufgefasst werden.

Die von allen Punkten einer Wellenfront gleichzeitig ausgesendeten Elementarwellen ergeben als Einhüllende eine Wellenfront die der Wellenfront des ursprünglichen Erregungszentrums entspricht.

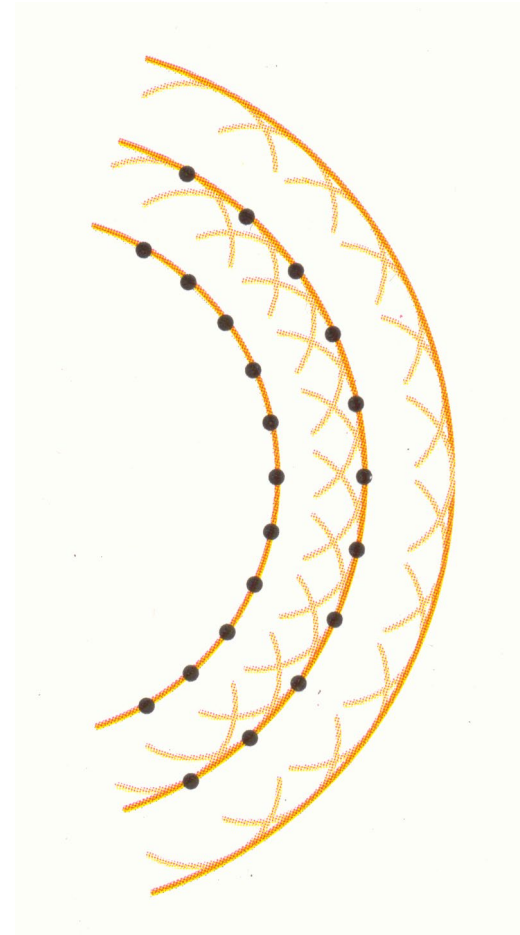
Unter einer Elementarwelle versteht man bei 2- bzw. 3dimensionaler Ausbreitung eine Kreis- bzw. Kugelwelle.



Ebene Welle



Kreis- bzw. Kugelwelle



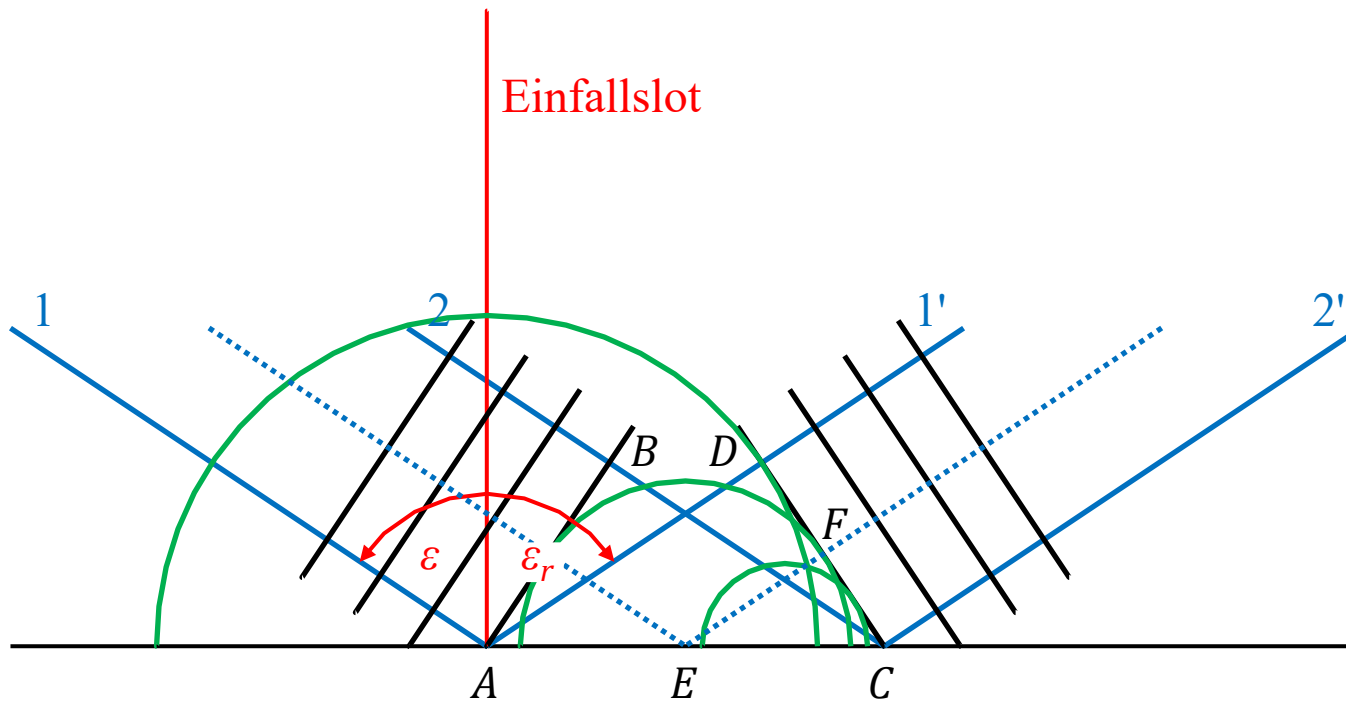
Huygens-Fresnelsches Prinzip

Die an einem beliebigen Raumpunkt des Wellenfeldes beobachtete Schwingung lässt sich durch die Überlagerung sämtlicher Elementarwellen, die von einer Wellenfront ausgehen, beschreiben.

Die Ausbreitung einer Welle vollzieht sich unter gegenseitiger Interferenz der von den Wellenfronten ausgehenden Elementarwellen.

6.2 Reflexion

Reflexion ebener Wellen an ebenen Grenzflächen



Die Laufzeit der einfallenden Welle von B nach C ergibt sich zu

$$\tau_c = \overline{BC}/c.$$

Der Radius der von A ausgehenden Elementarwelle beträgt nach der Zeit τ_c

$$r_A = c\tau_c = \overline{AD}.$$

Es gilt also

$$\overline{BC} = \overline{AD}.$$

Alle Elementarwellen die von Punkten zwischen A und C ausgehen, z.B. E , haben als Radien Zwischenwerte, z.B.

$$r_E = c(\tau_c - \tau_E)/2 = \overline{EF}$$

derart, dass sich als gemeinsame Tangente die Wellenfront \overline{CD} ausbildet.

Die beiden Dreiecke ABC und ADC

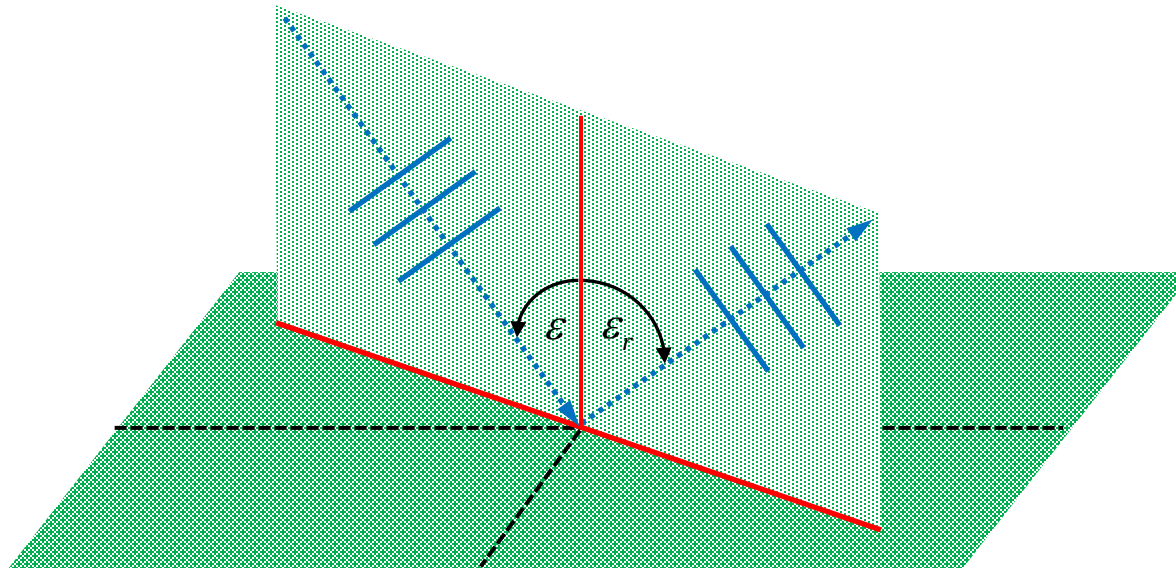
- sind rechtwinklig (Wellenfront \perp zur Ausbreitungsrichtung),
- haben gemeinsame Basis \overline{AC} und
- gleichlange Seiten $\overline{BC} = \overline{AD}$.

Somit gilt für die gegen das Einfallslot gemessenen Winkel ε (Einfallswinkel) und ε_r (Ausfalls- bzw. Reflexionswinkel) die Beziehung

$$\varepsilon = \varepsilon_r.$$

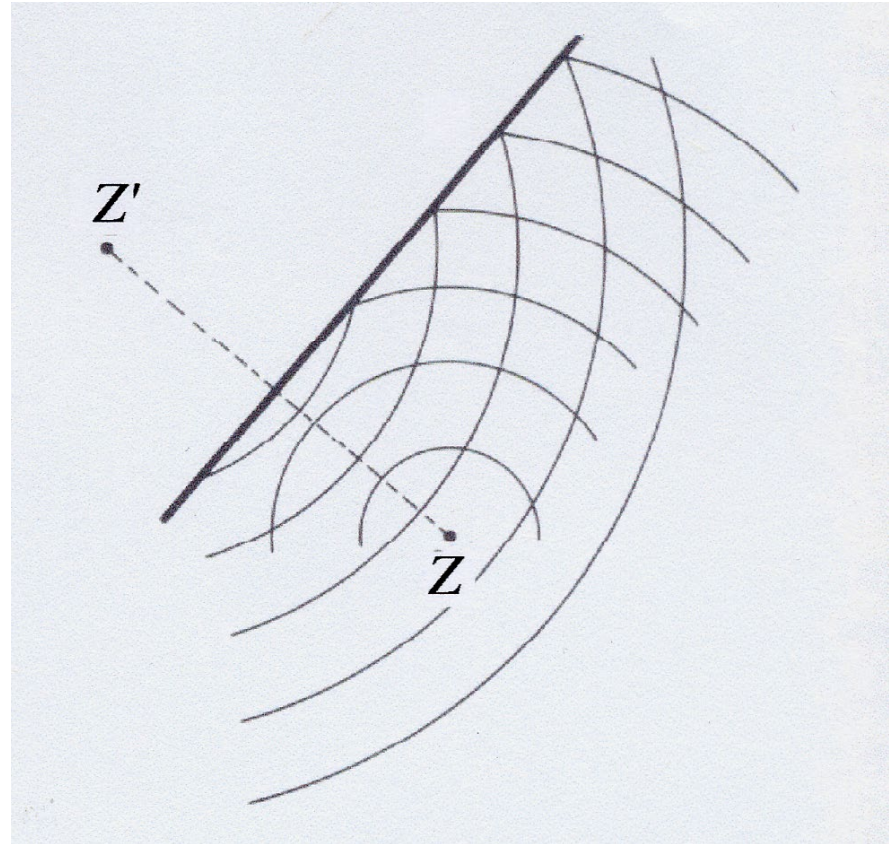
Reflexionsgesetz

Die Ausbreitungsrichtung der einfallenden Welle, das Einfallslot und die Ausbreitungsrichtung der reflektierten Welle liegen in einer Ebene, d.h. einfallender Strahl, Einfallslot und reflektierter Strahl sind in einer Ebene. Dann gilt, der Einfallswinkel ε ist gleich dem Reflexionswinkel ε_r .



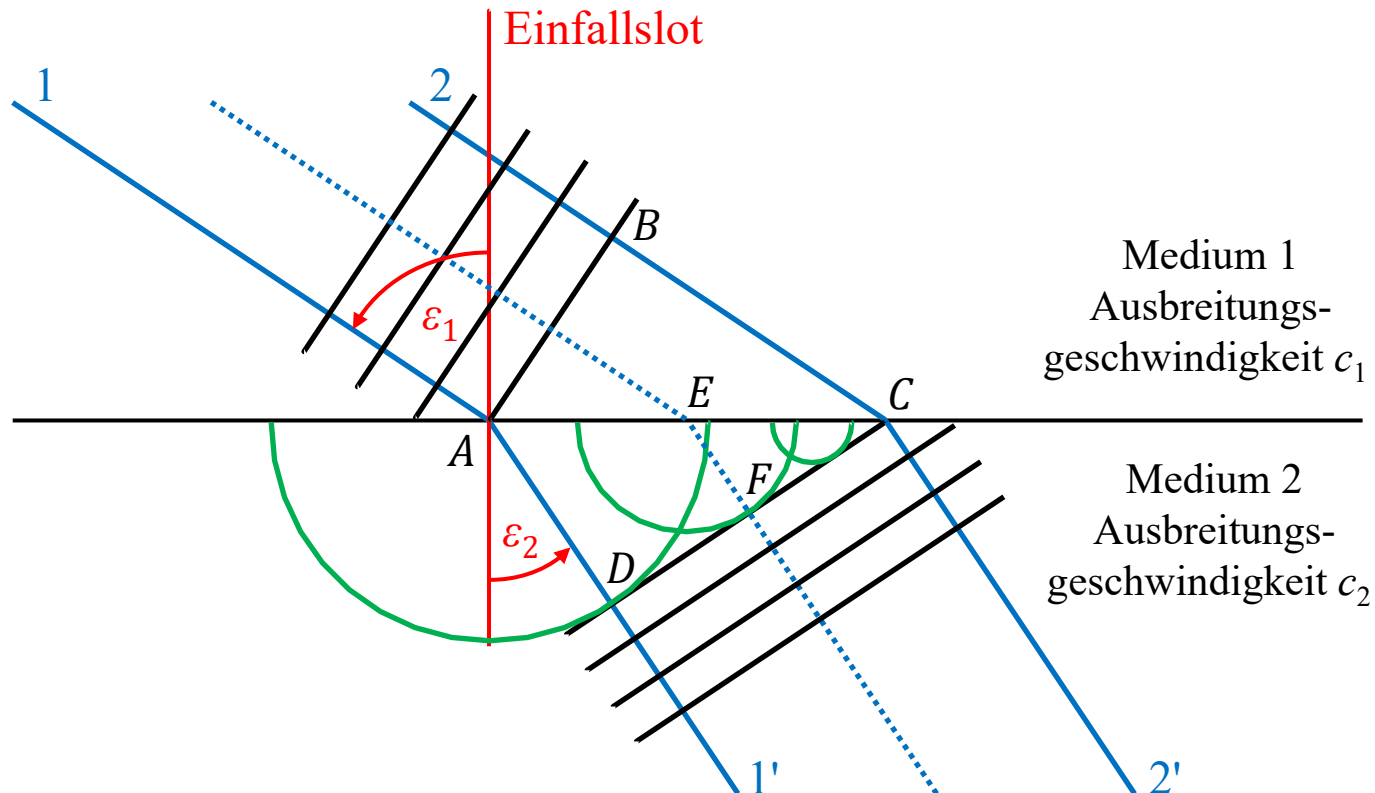
Reflexion von Kugelwellen an ebenen Grenzflächen

Kugelwellen werden an einer ebenen Grenzfläche so reflektiert, dass die reflektierten Wellen von einem Zentrum Z' auszugehen scheinen, das bzgl. der Grenzfläche spiegelsymmetrisch zum wirklichen Zentrum Z liegt.



6.3 Brechung

Brechung ebener Wellen an ebenen Grenzflächen



Die Laufzeit der einfallenden Welle von B nach C berechnet sich in Medium 1 zu

$$\tau_C = \overline{BC}/c_1.$$

Der Radius der von A ausgehenden Elementarwelle beträgt nach der Zeit τ_C in Medium 2

$$r_{A,2} = c_2 \tau_C = c_2/c_1 \overline{BC} = \overline{AD}.$$

Alle Elementarwellen die von Punkten zwischen A und C ausgehen, z.B. E , haben als Radien Zwischenwerte, z.B.

$$r_{E,2} = c_2 (\tau_C - \tau_E)/2 = \overline{EF}$$

derart, dass sich als gemeinsame Tangente die Wellenfront \overline{CD} ausbildet.

Aus den Dreiecken ABC und ADC folgt

$$\sin \varepsilon_1 = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$$

und

$$\sin \varepsilon_2 = \frac{\overline{AD}}{\overline{AC}} = \frac{c_2}{c_1} \cdot \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}.$$

Dividiert man beide Ausdrücke durcheinander, so erhält man mit

$$\frac{\sin \varepsilon_1}{\sin \varepsilon_2} = \frac{c_1}{c_2} = \text{const.}$$

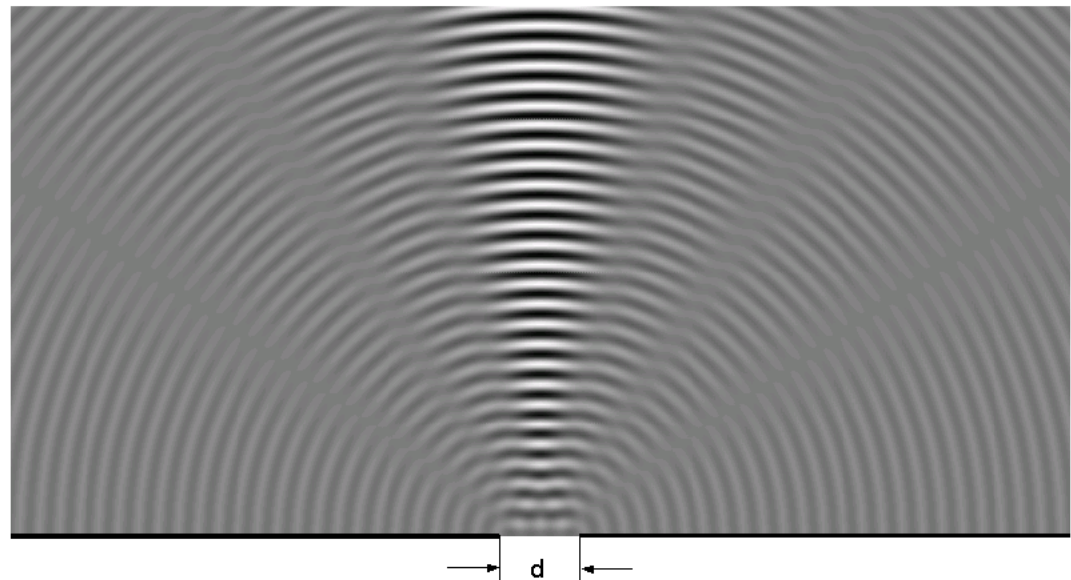
das bereits von Snellius 1621 experimentell gefundene und deshalb nach ihm benannte Snelliussche Brechungsgesetz.

6.4 Beugung

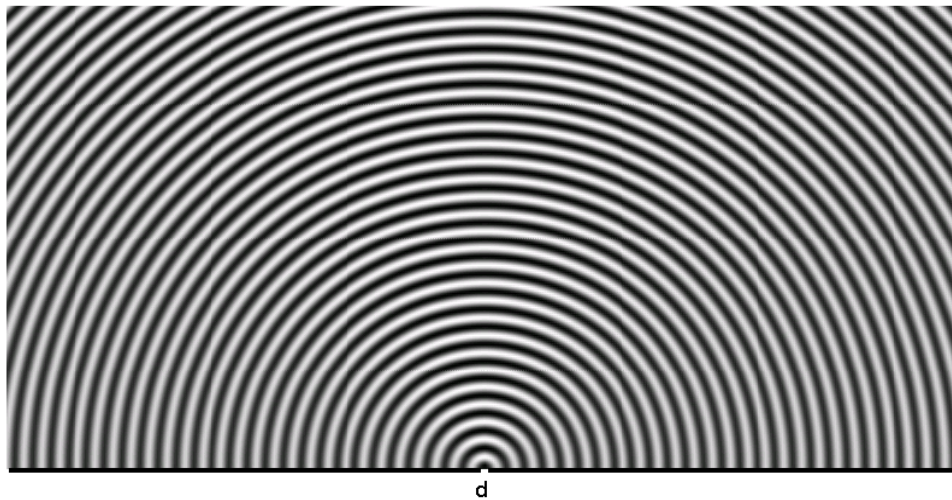
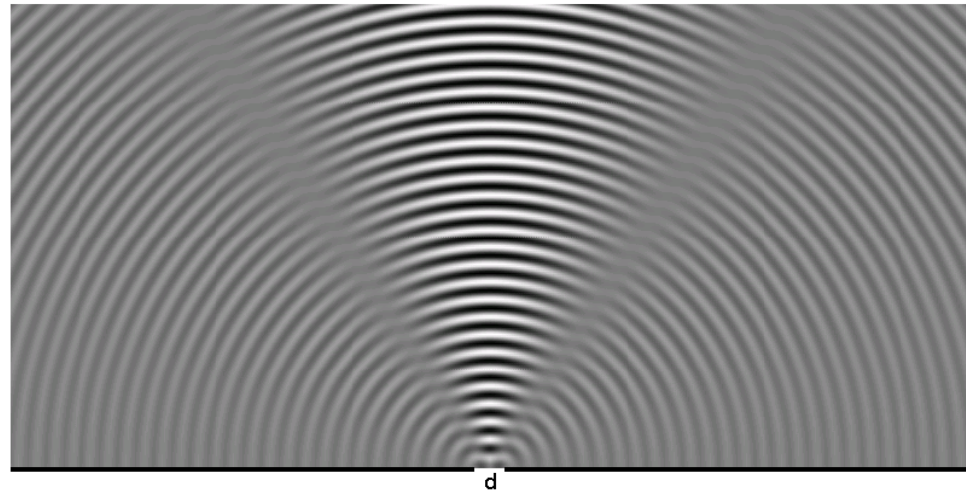
Ebene Wellen treffen senkrecht auf

- eine Wand mit Öffnung (Wellenfronten parallel zur Wand),
- ein Hindernis (Wellenfronten parallel zum Hindernis).

Beugung an einer
Öffnung $d = 7\lambda/2$

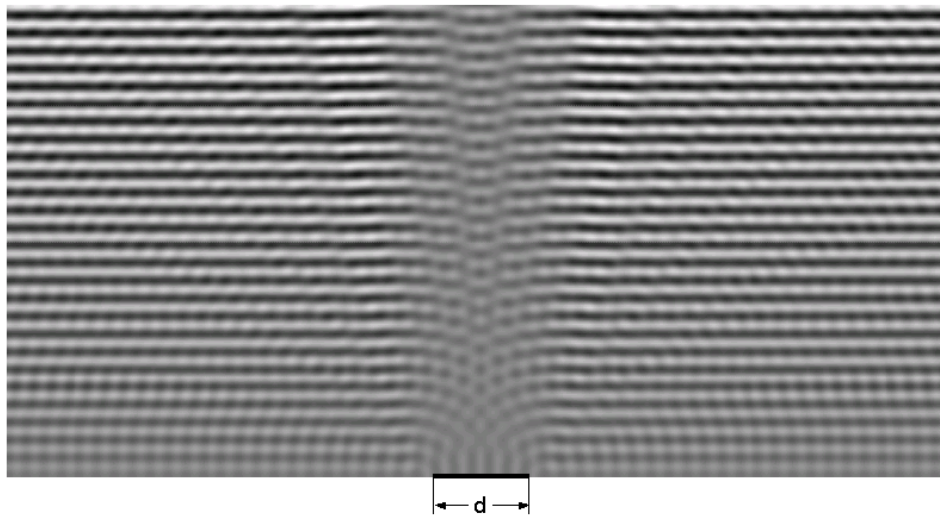
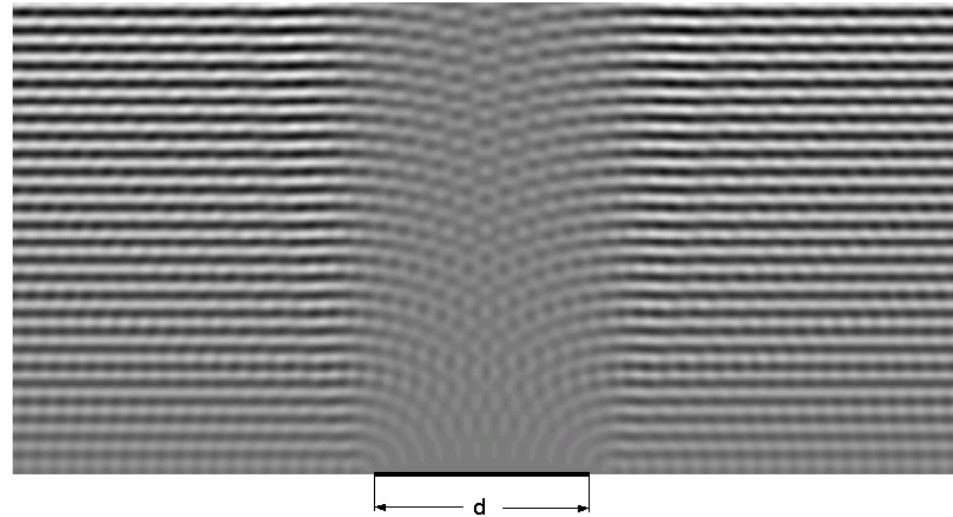


Beugung an einer
Öffnung $d = 7\lambda/4$



Beugung an einer
Öffnung $d = 3\lambda/8$

Beugung an einem
Hindernis $d = 14\lambda$



Beugung an einem
Hindernis $d = 7\lambda$

Die Erklärung das Wellen in den Schattenraum gelangen, also um die Berandung der Öffnung / des Hindernisses herum in den Schattenraum gebeugt werden, liefert wieder das Huygens-Fresnelsche-Prinzip.

Jeder Punkt des Mediums und somit jeder Punkt der Öffnung ist Ausgangspunkt einer Elementarwelle.

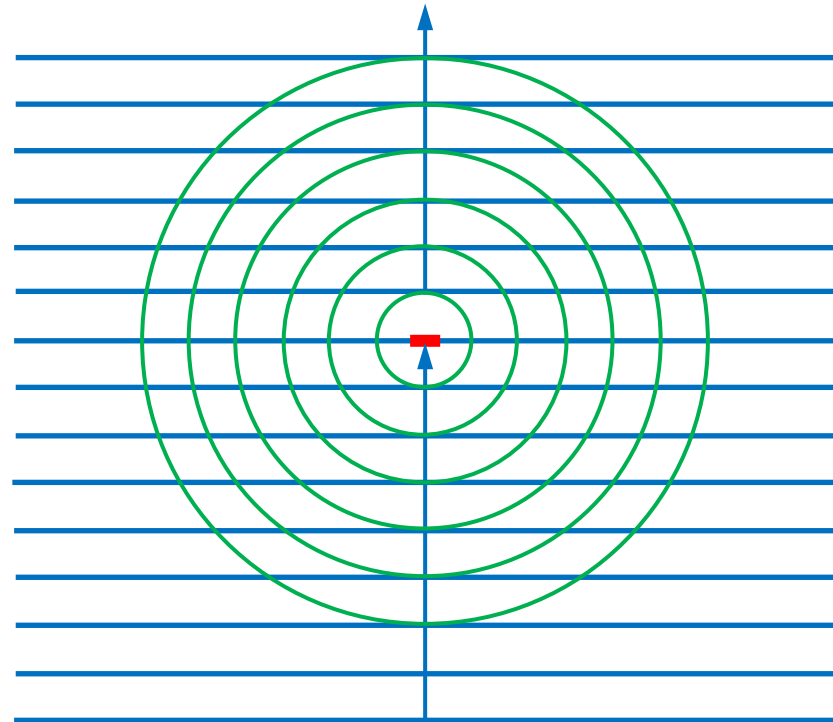
Die Überlagerung aller Elementarwellen liefert ein Interferenzmuster, dass im Schattenbereich zwar abgeschwächt ist, aber das dort nicht verschwindet.

Streuung an einem Hindernis

Ist die Ausdehnung des Hindernisses $d < \lambda$, so spricht man von Streuung.

Die einfallende ebene Welle passiert das Hindernis fast ungestört.

Vom Hindernis geht nur eine schwache Kreis- / Kugelwelle aus.

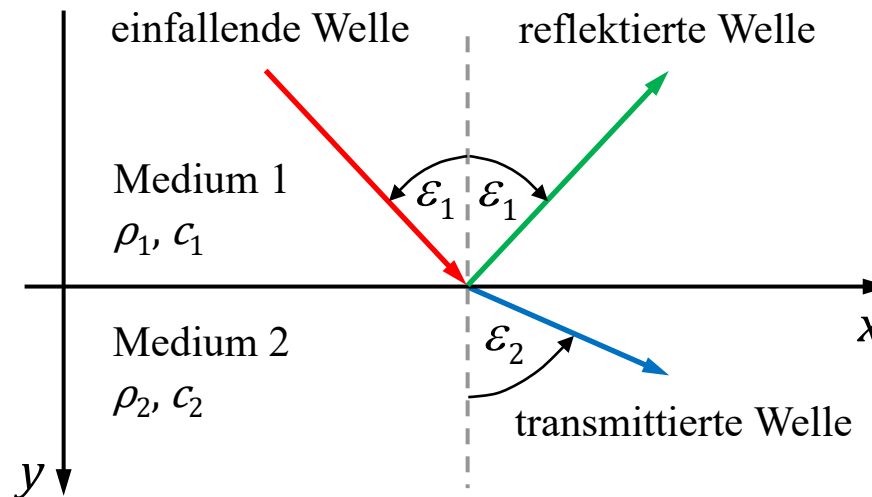


6.5 Reflexions- und Transmissionskoeffizient

An einer Grenzschicht zwischen zwei Medien sind der

- einfallende,
- reflektierte und
- transmittierte Schall

zu berücksichtigen.



Der Schalldruck der einfallenden, reflektierten und transmittierten ebenen harmonischen Welle ist gegeben durch

$$\underline{p}_e = \hat{p} \exp\{j(\omega t - \mathbf{k}_e^T \mathbf{r})\},$$

$$\underline{p}_r = R \hat{p} \exp\{j(\omega t - \mathbf{k}_r^T \mathbf{r})\},$$

$$\underline{p}_t = T \hat{p} \exp\{j(\omega t - \mathbf{k}_t^T \mathbf{r})\},$$

wobei

$$\mathbf{r} = (x, y)^T$$

ist und \hat{p} die Amplitude des Schalldrucks der einfallenden Welle bezeichnet. Die Größen R und T geben den Reflexions- und Transmissionskoeffizienten einer vom Medium 1 auf die

Grenzschicht einfallenden und in das Medium 2 transmittierten ebenen Wellen an. Die Vektoren

$$\mathbf{k}_e = k_1 \begin{pmatrix} \sin \varepsilon_1 \\ \cos \varepsilon_1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{k}_r = k_1 \begin{pmatrix} \sin \varepsilon_1 \\ -\cos \varepsilon_1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{k}_t = k_2 \begin{pmatrix} \sin \varepsilon_2 \\ \cos \varepsilon_2 \end{pmatrix}$$

bezeichnen dabei die Wellenvektoren der einfallenden, reflektierten und transmittierten ebenen Welle. Die Beträge der Wellenvektoren sind die Wellenzahlen

$$k_1 = \frac{2\pi}{\lambda_1} = \frac{\omega}{c_1} \quad \text{und} \quad k_2 = \frac{2\pi}{\lambda_2} = \frac{\omega}{c_2}.$$

Die Wellenzahlen hängen über c_1 bzw. c_2 von den Eigenschaften der Medien ab.

Stetigkeitsbedingungen an der Grenzschicht

Die Stetigkeitsbedingung für den Schalldruck lautet

$$\underline{p}_e + \underline{p}_r = \underline{p}_t \quad \text{für } \mathbf{r} = (x, 0)^T.$$

Die Stetigkeitsbedingung für die Senkrecht auf der Grenzschicht stehende Komponente der Schallschnelle \underline{v}^\perp kann mit

$$\frac{\partial(\underline{p}_e + \underline{p}_r)}{\partial y} = -\rho_1 \frac{\partial \underline{v}^\perp}{\partial t} \quad \text{und} \quad \frac{\partial \underline{p}_t}{\partial y} = -\rho_2 \frac{\partial \underline{v}^\perp}{\partial t}$$

durch

$$-\frac{\partial \underline{v}^\perp}{\partial t} = \frac{1}{\rho_1} \frac{\partial(\underline{p}_e + \underline{p}_r)}{\partial y} = \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial \underline{p}_t}{\partial y}$$

ausgedrückt werden.

Einsetzen von \underline{p}_e , \underline{p}_r und \underline{p}_t in die beiden Stetigkeitsbedingungen liefert für $\mathbf{r} = (x, 0)^T$

$$\hat{p} e^{j(\omega t - \mathbf{k}_e^T \mathbf{r})} + R \hat{p} e^{j(\omega t - \mathbf{k}_r^T \mathbf{r})} = T \hat{p} e^{j(\omega t - \mathbf{k}_t^T \mathbf{r})}$$

$$e^{-j(k_1 \sin \varepsilon_1 x + k_1 \cos \varepsilon_1 y)} + R e^{-j(k_1 \sin \varepsilon_1 x - k_1 \cos \varepsilon_1 y)} = T e^{-j(k_2 \sin \varepsilon_2 x + k_2 \cos \varepsilon_2 y)}$$

$$e^{-jk_1 \sin \varepsilon_1 x} + R e^{-jk_1 \sin \varepsilon_1 x} = T e^{-jk_2 \sin \varepsilon_2 x}$$

$$1 + R = T e^{-j(k_2 \sin \varepsilon_2 - k_1 \sin \varepsilon_1) x} \quad (*)$$

und

$$\frac{1}{\rho_1} \frac{\partial}{\partial y} \left(\hat{p} e^{j(\omega t - \mathbf{k}_e^T \mathbf{r})} + R \hat{p} e^{j(\omega t - \mathbf{k}_r^T \mathbf{r})} \right) = \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial}{\partial y} \left(T \hat{p} e^{j(\omega t - \mathbf{k}_t^T \mathbf{r})} \right)$$

$$\frac{1}{\rho_1} \frac{\partial}{\partial y} \left(e^{-j(k_1 \sin \varepsilon_1 x + k_1 \cos \varepsilon_1 y)} + R e^{-j(k_1 \sin \varepsilon_1 x - k_1 \cos \varepsilon_1 y)} \right) = \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial}{\partial y} \left(T e^{-j(k_2 \sin \varepsilon_2 x + k_2 \cos \varepsilon_2 y)} \right)$$

$$\frac{1}{\rho_1} \left\{ (-k_1 \cos \varepsilon_1) e^{-j(k_1 \sin \varepsilon_1 x + k_1 \cos \varepsilon_1 y)} + k_1 \cos \varepsilon_1 R e^{-j(k_1 \sin \varepsilon_1 x - k_1 \cos \varepsilon_1 y)} \right\}$$

$$= \frac{1}{\rho_2} (-k_2 \cos \varepsilon_2) T e^{-j(k_2 \sin \varepsilon_2 x + k_2 \cos \varepsilon_2 y)} \quad \text{für } y=0 \text{ gilt dann}$$

$$k_1 \frac{\cos \varepsilon_1}{\rho_1} (1 - R) e^{-j(k_1 \sin \varepsilon_1 x)} = k_2 \frac{\cos \varepsilon_2}{\rho_2} T e^{-j(k_2 \sin \varepsilon_2 x)}. \quad (**)$$

Da der Reflexions- und Transmissionskoeffizient nicht von x abhängt, muss der Exponent in (*) die Bedingung

$$k_2 \sin \varepsilon_2 - k_1 \sin \varepsilon_1 = 0$$

befriedigen. Umformen liefert das Brechungsgesetz

$$\frac{\sin \varepsilon_1}{\sin \varepsilon_2} = \frac{k_2}{k_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{c_1/f}{c_2/f} = \frac{c_1}{c_2} = n.$$

Außerdem folgt aus der Bedingung der Ausdruck

$$1 + R = T.$$

Mit dem Brechungsgesetz sowie den Substitutionen $m = \rho_2 / \rho_1$ und $n = k_2 / k_1$ ergibt sich aus (**) die Gleichung

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} \cos \varepsilon_1 (1 - R) \cancel{e^{-j(k_1 \sin \varepsilon_1 x)}} = \frac{k_2}{k_1} \cos \varepsilon_2 T \cancel{e^{-j(k_2 \sin \varepsilon_2 x)}}$$

$$m \cos \varepsilon_1 (1 - R) = n \cos \varepsilon_2 T.$$

Einsetzen von $T = 1 + R$ liefert nach Umformungen gemäß

$$m \cos \varepsilon_1 (1 - R) = n \cos \varepsilon_2 (1 + R)$$

$$m \cos \varepsilon_1 - n \cos \varepsilon_2 = (m \cos \varepsilon_1 + n \cos \varepsilon_2) R$$

für den Reflexionskoeffizienten den Ausdruck

$$R = \frac{m \cos \varepsilon_1 - n \cos \varepsilon_2}{m \cos \varepsilon_1 + n \cos \varepsilon_2}$$

bzw. mit

$$\cos \varepsilon_2 = \sqrt{1 - \sin^2 \varepsilon_2} \quad \text{und} \quad n \sin \varepsilon_2 = \sin \varepsilon_1$$

und deshalb

$$n \cos \varepsilon_2 = \sqrt{n^2 - n^2 \sin^2 \varepsilon_2} = \sqrt{n^2 - \sin^2 \varepsilon_1}$$

die Beziehung

$$R = \frac{m \cos \varepsilon_1 - \sqrt{n^2 - \sin^2 \varepsilon_1}}{m \cos \varepsilon_1 + \sqrt{n^2 - \sin^2 \varepsilon_1}}.$$

Der Transmissionskoeffizient ergibt sich durch Einsetzen von R in $T = 1 + R$ schließlich zu

$$T = 1 + \frac{m \cos \varepsilon_1 - n \cos \varepsilon_2}{m \cos \varepsilon_1 + n \cos \varepsilon_2} = \frac{2m \cos \varepsilon_1}{m \cos \varepsilon_1 + n \cos \varepsilon_2}$$

bzw.

$$T = \frac{2m \cos \varepsilon_1}{m \cos \varepsilon_1 + \sqrt{n^2 - \sin^2 \varepsilon_1}}.$$

Anmerkung:

(Eigenschaften des Reflexions- und Transmissionskoeffizienten)

a) Wenn ε_1 gegen $\pi/2$ strebt, dann streben R und T unabhängig von den Parametern der Medien gegen -1 bzw. 0 .

b) Für Einfallswinkel ε_1 für die

$$\sin \varepsilon_1 = \sqrt{\frac{m^2 - n^2}{m^2 - 1}}, \quad \text{d.h. } R = 0$$

gilt ist die Grenzschicht vollständig transparent.

c) Für n reell, $\sin \varepsilon_1 > n$ und $n \cos \varepsilon_2 = \pm j \sqrt{\sin^2 \varepsilon_1 - n^2}$ kann der Reflexionskoeffizient durch

$$R = \frac{m \cos \varepsilon_1 + j \sqrt{\sin^2 \varepsilon_1 - n^2}}{m \cos \varepsilon_1 - j \sqrt{\sin^2 \varepsilon_1 - n^2}}, \quad (\text{nur } -j \sqrt{\sin^2 \varepsilon_1 - n^2} \text{ sinvoll})$$

oder nach Umformung durch

$$R = \exp(j\mathcal{G}) \text{ mit } |R| = 1 \text{ und } \mathcal{G} = 2 \arctan \left(\frac{\sqrt{\sin^2 \varepsilon_1 - n^2}}{m \cos \varepsilon_1} \right)$$

ausgedrückt werden, d.h. es liegt Totalreflexion vor.

Ferner besitzen die einfallende und reflektierte Welle eine Phasendifferenz von \mathcal{G} an der Grenzschicht.

Der Einfallswinkel der $\sin \varepsilon_1 = n$ befriedigt wird kritischer Winkel genannt, d.h. $\varepsilon_1 = \varepsilon_{\text{crit}}$.

Für $\varepsilon_1 > \varepsilon_{\text{crit}}$ und $k_2 \cos \varepsilon_2 = k_1 n \cos \varepsilon_2 = \pm j k_1 \sqrt{\sin^2 \varepsilon_1 - n^2}$ gilt für die Amplitude der transmittierten Welle

$$|p_t| \propto \exp(-\delta y), \quad \delta = k_1 \sqrt{\sin^2 \varepsilon_1 - n^2}, \quad (\text{nur } -j k_1 \sqrt{\sin^2 \varepsilon_1 - n^2} \text{ sinnvoll}).$$

Mit Hilfe der akustischen Impedanzen

$$\tilde{Z}_1 = \rho_1 c_1 / \cos \varepsilon_1 = Z_1 / \cos \varepsilon_1$$

$$\tilde{Z}_2 = \rho_2 c_2 / \cos \varepsilon_2 = Z_2 / \cos \varepsilon_2$$

kann der Reflexionskoeffizient durch

$$\begin{aligned} R &= \frac{m \cos \varepsilon_1 - n \cos \varepsilon_2}{m \cos \varepsilon_1 + n \cos \varepsilon_2} = \frac{\rho_2 / \rho_1 \cos \varepsilon_1 - c_1 / c_2 \cos \varepsilon_2}{\rho_2 / \rho_1 \cos \varepsilon_1 + c_1 / c_2 \cos \varepsilon_2} \\ &= \frac{\rho_2 c_2 \cos \varepsilon_1 - \rho_1 c_1 \cos \varepsilon_2}{\rho_2 c_2 \cos \varepsilon_1 + \rho_1 c_1 \cos \varepsilon_2} = \frac{Z_2 \cos \varepsilon_1 - Z_1 \cos \varepsilon_2}{Z_2 \cos \varepsilon_1 + Z_1 \cos \varepsilon_2} \\ &= \frac{Z_2 / \cos \varepsilon_2 - Z_1 / \cos \varepsilon_1}{Z_2 / \cos \varepsilon_2 + Z_1 / \cos \varepsilon_1} \cdot \frac{\cos \varepsilon_1 \cos \varepsilon_2}{\cos \varepsilon_1 \cos \varepsilon_2} = \frac{\tilde{Z}_2 - \tilde{Z}_1}{\tilde{Z}_2 + \tilde{Z}_1} \end{aligned}$$

und der Transmissionskoeffizient durch

$$T = 1 + R = 1 + \frac{\tilde{Z}_2 - \tilde{Z}_1}{\tilde{Z}_2 + \tilde{Z}_1} = \frac{2\tilde{Z}_2}{\tilde{Z}_2 + \tilde{Z}_1}$$

ausgedrückt werden.

Beispiel: (*Senkrechter Einfall, d.h. $\tilde{Z}_1 = Z_1, \tilde{Z}_2 = Z_2$*)

a) angepasster Übergang, d.h. $Z_1 = \rho_1 c_1, Z_2 = Z_1$

$$\Rightarrow R = 0, T = 1$$

b) schallharter Übergang, d.h. $Z_1 = \rho_1 c_1, Z_2 = \infty$

$$\Rightarrow R = 1, T = 2$$

c) schallweicher Übergang, d.h. $Z_1 = \rho_1 c_1, Z_2 = 0$

$$\Rightarrow R = -1, T = 0$$

Luft: $\rho_L = 1,3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, c_L = 340 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow Z_L = 442 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \text{s}}$

Wasser: $\rho_W = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, c_W = 1480 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow Z_W = 1,48 \cdot 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \text{s}}$

zu b) schallharter Luft \rightarrow Wasser Übergang

$$\left. \begin{array}{l} Z_1 = Z_L \\ Z_2 = Z_W \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} R = 0,9994 \\ T = 1,9994 \end{array} \right.$$

zu c) schallweicher Wasser \rightarrow Luft Übergang

$$\left. \begin{array}{l} Z_1 = Z_W \\ Z_2 = Z_L \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} R = -0,9994 \\ T = 0,0006 \end{array} \right.$$

Wegen

$$I = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \{ \underline{p} \underline{v}^* \} = \frac{1}{2} \frac{|\underline{p}|^2}{\operatorname{Re} \{ \underline{Z} \}} = \frac{1}{2} \frac{|\underline{p}|^2}{\rho c}$$

ergeben sich die Intensitäten der einfallenden, reflektierten und transmittierten Welle zu

$$I_e = \frac{|\underline{p}_e|^2}{2\rho_1 c_1} = \frac{\hat{p}^2}{2\rho_1 c_1} = \frac{\hat{p}^2}{2Z_1}, \quad I_r = \frac{|\underline{p}_r|^2}{2\rho_1 c_1} = \frac{R^2 |\underline{p}_e|^2}{2\rho_1 c_1} = \frac{R^2 \hat{p}^2}{2\rho_1 c_1} = R^2 \frac{\hat{p}^2}{2Z_1}$$

und

$$I_t = \frac{|\underline{p}_t|^2}{2\rho_2 c_2} = \frac{T^2 |\underline{p}_e|^2}{2\rho_2 c_2} = \frac{T^2 \hat{p}^2}{2\rho_2 c_2} = T^2 \frac{\hat{p}^2}{2Z_2}.$$

Der Reflexions- und Transmissionskoeffizient der Intensitäten ist dann durch

$$R_I = \frac{I_r}{I_e} = R^2 \quad \text{und} \quad T_I = \frac{I_t}{I_e} = \frac{\rho_1 c_1}{\rho_2 c_2} T^2 = \frac{Z_1}{Z_2} T^2 = \frac{n}{m} T^2$$

gegeben. Nach Umformen von

$$T_I = \frac{n}{m} T^2 = \frac{n}{m} \frac{4m^2 \cos^2 \varepsilon_1}{(m \cos \varepsilon_1 + n \cos \varepsilon_2)^2}$$

in

$$T_I = \frac{\cos \varepsilon_1}{\cos \varepsilon_2} \frac{4nm \cos \varepsilon_1 \cos \varepsilon_2}{(m \cos \varepsilon_1 + n \cos \varepsilon_2)^2}$$

wird deutlich, dass bei Vertauschen der Übertragungsrichtung

$$\rho_1 \leftrightarrow \rho_2, \quad c_1 \leftrightarrow c_2, \quad \varepsilon_1 \leftrightarrow \varepsilon_2$$

für schräg einfallende Schallwellen die Ungleichung

$$T_{I,1 \rightarrow 2} \neq T_{I,2 \rightarrow 1}$$

gilt. Die Grenzschicht ist also abgesehen vom senkrechten Schalleinfall nicht übertragungssymmetrisch.

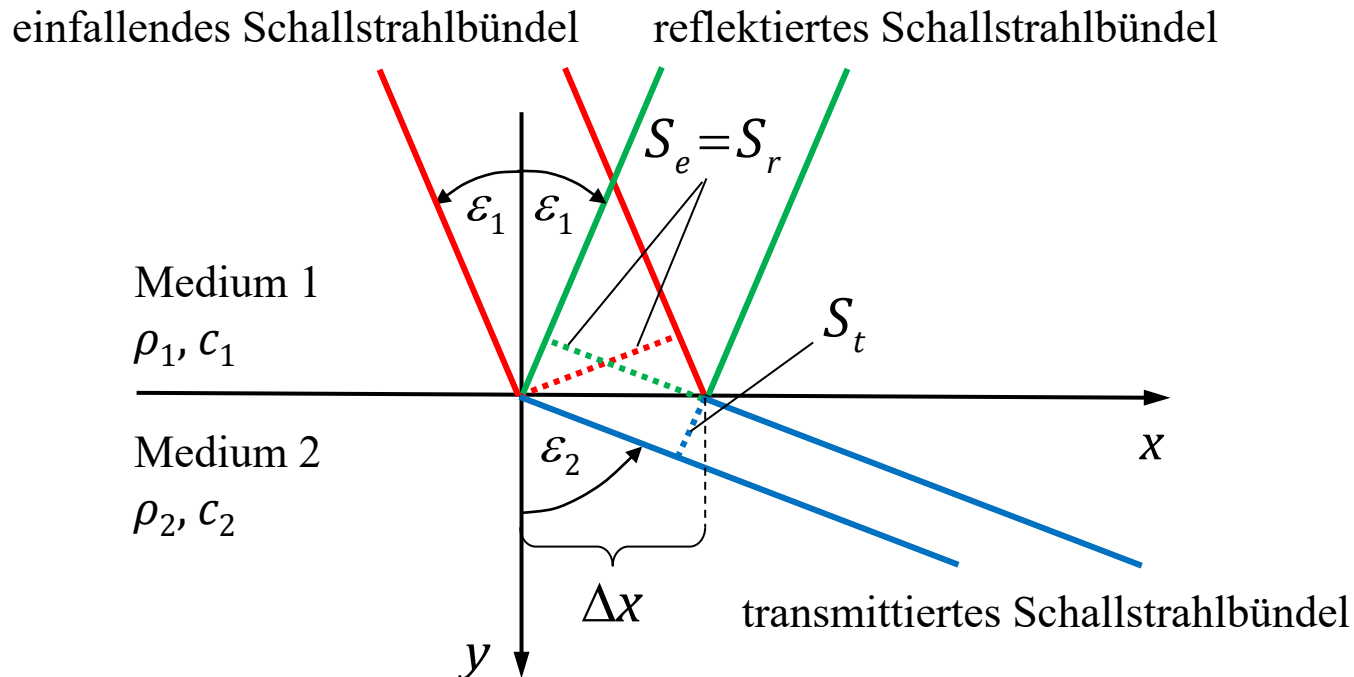
Zum besseren Verständnis sei abschließend noch auf die physikalische Bedeutung des Faktors $\cos \varepsilon_1 / \cos \varepsilon_2$ hingewiesen.

Aus der nachfolgenden Abbildung können für die Querschnitte des einfallenden, reflektierten und transmittierten Schallstrahl-

bündels die Beziehungen

$$S_e = S_r = l_z \Delta x \cos \varepsilon_1, \quad S_t = l_z \Delta x \cos \varepsilon_2 \quad \text{und} \quad \frac{S_e}{S_t} = \frac{\cos \varepsilon_1}{\cos \varepsilon_2}$$

hergeleitet werden.



Das Verhältnis vom Kosinus des Einfallswinkels zum Kosinus des Ausfallswinkels ist somit gleich dem Verhältnis der Querschnitte des einfallenden und transmittierten Schallstrahlbündels.

Mithilfe der Leistungen der einfallenden, reflektierten und transmittierten Welle, d.h.

$$P_e = S_e I_e, \quad P_r = S_r I_r \quad \text{und} \quad P_t = S_t I_t,$$

erhält man dann über die Reflexions- und Transmissionskoeffizienten der Leistungen

$$R_p = \frac{P_r}{P_e} = \frac{S_r I_r}{S_e I_e} = \frac{I_r}{I_e} = R^2 = \left(\frac{m \cos \varepsilon_1 - n \cos \varepsilon_2}{m \cos \varepsilon_1 + n \cos \varepsilon_2} \right)^2$$

und

$$\begin{aligned}
 T_P &= \frac{P_t}{P_e} = \frac{S_t I_t}{S_e I_e} = \frac{\cos \varepsilon_2}{\cos \varepsilon_1} \cdot \frac{I_t}{I_e} = \frac{\cos \varepsilon_2}{\cos \varepsilon_1} \cdot \frac{\rho_1 c_1}{\rho_2 c_2} T^2 \\
 &= \frac{\cos \varepsilon_2}{\cos \varepsilon_1} \cdot \frac{n}{m} \cdot \frac{4m^2 \cos^2 \varepsilon_1}{(m \cos \varepsilon_1 + n \cos \varepsilon_2)^2} = \frac{4nm \cos \varepsilon_1 \cos \varepsilon_2}{(m \cos \varepsilon_1 + n \cos \varepsilon_2)^2}
 \end{aligned}$$

auch eine Bestätigung des Energieerhaltungssatzes

$$R_P + T_P = 1 \Leftrightarrow P_e = P_r + P_t.$$

Überdies kann man zeigen, dass das Vertauschen der Übertragungsrichtung, d.h.

$$\rho_1 \rightleftharpoons \rho_2, \quad c_1 \rightleftharpoons c_2, \quad \varepsilon_1 \rightleftharpoons \varepsilon_2$$

R_P und T_P unverändert lässt.

Literatur zu Kapitel 6

- [1] D.T. Blackstock, *Fundamentals of Physical Acoustics*, Wiley, 2000
- [2] L.M. Brekhovskikh und O.A. Godin, *Acoustics of Layered Media I*, Springer, 1997
- [3] L. Cremer und M. Möser, *Technische Akustik*, Springer, 2003
- [4] E. Hering, R. Martin und M. Stohrer, *Physik für Ingenieure*, Springer, 2002
- [5] H. Kuttruff, *Akustik: Eine Einführung*, Hirzel Verlag, 2004
- [6] R. Lerch, G. Sessler und D. Wolf, *Technische Akustik: Grundlagen und Anwendungen*, Springer, 2009
- [7] P.A. Tipler, *Physik*, Spektrum, 1994